

УДК 334.01

НИКОЛАЙ ДМИТРИЕВИЧ НАЙДЕНОВ

доктор экономических наук, профессор
Российский университет кооперации, Россия, Сыктывкар

ВАСИЛИЙ ИГОРЕВИЧ СПИРЯГИН

кандидат экономических наук, ведущий научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт
социально-экономических и энергетических проблем Севера Коми научного
центра Уральского отделения Российской академии наук, Россия, Сыктывкар

ЕЛЕНА НИКОЛАЕВНА НОВОКШОНОВА

кандидат экономических наук, доцент
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима
Сорокина, Россия, Сыктывкар

ЭКОНОМИКА: ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ И ОБМЕН

NIKOLAY DMITRIEVICH NAYDENOV

Doctor of Economics, Professor
Russian University of Cooperation, Syktyvkar Branch, Russia, Syktyvkar

VASILY IGOREVICH SPIRYAGIN

PhD in Economics, Leading Researcher of the Federal State Budgetary Institution
of Science Institute of Social, Economic and Energy Problems of the North, Komi
Scientific Center, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Syktyvkar,
Russia

ELENA NIKOLAEVNA NOVOKSHONOVA

Candidate of economic sciences, associate professor
Syktyvkar State University named after P. Sorokin, Russia, Syktyvkar

ECONOMICS: ECONOMIC GROWTH AND EXCHANGE

Аннотация

В статье представлены экономико-математические теории обмена У. С. Джевонса, Л. Вальраса, Дж. Ю. Стиглица, Б. Холмстрёма и др. Теории обмена классифицированы на классические (Ж.Б. Сэй), неоклассические (А.

Маршалл), контрактные (Б. Холмстрём), естественно-научные (В. Парето), статистические. Показано, что акцент на обмен в ущерб производству или, наоборот, недооценка обмена в экономическом регулировании ведет к замедлению экономического роста. Проведен анализ обмена продуктов питания на непродовольственные товары и услуги на материалах Северного региона (Республика Коми).

Abstract

In the article economic and mathematical exchange theories by W. S Jevons, L. Walras, J. Y. Stiglitz, B. Holmström are presented. Exchange theories are classified into classical (J.B. Say), neoclassical (A. Marshall), contractual (B. Holmström), natural science (V. Pareto), statistical. It is shown that the emphasis on exchange to the detriment of production or, conversely, underestimation of exchange in economic regulation leads to a slowdown in economic growth. The analysis of the exchange of food for non-food products and services on the materials of the Northern region (Komi Republic) is held.

Ключевые слова: Обмен; теория «принципал-агент»; контрактная теория; налоговая цена; утилитаризм; роллсианство; равновесие в обмене; эластичность потребления продовольственных товаров.

Keywords

Exchange; the theory of "principal-agent"; contract theory; the tax price; Utilitarianism; Rollisianism; equilibrium in exchange.

Исследования обмена имеют богатую историю. Большой вклад в исследования обмена внесли К. Поланьи (историческое направление) [10], Дж. Хоманс (психологическое направление) [14]; Г. Беккер [1] и В.В. Радаев (социологическое направление) [8]; К. Маркс [6], А. Маршалл (рыночное направление) [7], Дж. М. Кейнс [4], Дж. Ю. Стиглиц [11].

Исследования обмена будут неполными, если к обмену не применить математические методы. Наша статья имеет целью дать характеристику математического представления обмена.

Исследование обмена имели место с самого начала развития экономической науки (канонической теории, меркантилизма), возобновлялись в каждой новой экономической школе (марксизм, кейнсианство, институционализм) и никогда не прекращались. Вплоть до XX века обмен сводился к рыночному обмену. Поэтому мы начинаем рассмотрение математических теорий обмена с математических теорий рыночного обмена.

В канонической и классической теории обмена формула рыночного обмена проста:

$$D = S, \text{ где (1)}$$

D – объем поставляемого покупателем к обмену товара; S – объем поставляемого продавцом к обмену товара.

В рыночном обмене есть не наблюдаемые факторы: благосостояние и продавца, и покупателя. Если благосостояние продавца и покупателя в результате обмена возрастают, то обмен состоится, в противном случае продавец и покупатель проигнорируют друг друга. Эта модель принадлежит одновременно к канонической и классической теориям обмена: прирост благосостояния от обмена игнорируется.

Наиболее известным уравнением обмена в классической экономической теории является так называемое тождество Сэя.

В экономике с развитым разделением труда нормальным для каждого человека средством приобретения товаров и услуг служит способность производить для обмена эквивалентные товары и услуги. Производство не только увеличивает предложение товаров, но и, благодаря необходимому покрытию издержек производства, также порождает спрос на эти товары. Отсюда и вывод, – тождество Сэя: «продукты уплачиваются за продукты». В экономике, где используются только счетные деньги, где средством обращения служит товар, ничем не отличающийся от остальных товаров, –

суммарная ценность предложения всех товаров всегда в точности равна совокупному спросу на них. Тождество Сэя можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^n p_i D_i \equiv \sum_{j=1}^n p_j S_j \quad (2)$$

Суммарный спрос на $n-1$ товаров равен суммарному предложению товаров [2; с. 12]

Уравнение обмена У.С. Джевонса основывается на законе убывающей полезности благ для потребителя. По мнению У.С. Джевонса соотношение, в котором обмениваются два товара, должно быть обратно пропорционально последним ступеням полезности обмениваемых товаров. В терминах современной теории о потребления уравнение обмена У.С. Джевонса трансформируется в знакомое условие потребительского равновесия: равенство предельных полезностей покупаемых товаров на единицу цены.

Обратимся к математическому выражению обмена по Джевонсу. Пусть, a и b представляют собой количества двух благ, которыми обмениваются два индивида. Пусть x и y будут реально обмениваемыми количествами товаров a и b . Пусть φ и ψ – последние ступени полезности обмениваемых товаров. Тогда

$$\frac{\varphi_1(a-x)}{\psi_1} = \frac{y}{x} = \frac{\varphi_2(x)}{\psi_2(b-y)} \quad (3)$$

Отношение предельной полезности благ, оставшихся после обмена, к предельной полезности приобретаемых при обмене благ обратно пропорционально пропорции, в которой товары обмениваются. Или, что тоже самое, чем выше значимость, приписываемая благу его владельцем, тем меньшее его количество предлагается для обмена. Если предельная полезность обмениваемого блага обратно пропорциональна его количеству, имеющемуся в распоряжении продавца, то предельная полезность обмениваемого блага обратно пропорциональна количеству уступленного для обмена блага. В современной терминологии уравнение обмена Джевонса можно записать так

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{x} \quad (4)$$

или

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \frac{y}{x} \quad (5)$$

Обмен будет равновесным, если пропорции обмена будут такими, что отношения предельных полезностей всех реально обмениваемых товаров на единицу цены будут составлять одной и ту же величину [2].

Обратимся к математической модели обмена Л. Вальраса, исходными предпосылками которой являются каноническая и классические теории обмена.

Пусть имеются один покупатель и один продавец. Они обмениваются излишками. Продавец предъявляет к обмену товар S, покупатель – товар D. Обмен излишками запишем так

$$S=D \quad (6)$$

Сформулируем ряд определений.

1. Пропорция обмена товара S на товар D называется ценой товара S.
2. Пропорция обмена товара D на товар S называется ценой товара D.
3. Ведущей стороной обмена является покупатель. Продавец продает свой товар не потому, что излишек есть, а потому, что продавец будет приобретать товар D у покупателя.
4. Имеет место двойная продажа и двойная покупка.
5. В процесс обмена привлекается счетный товар. Это можно

записать в виде уравнения

$$P + S \cdot p_i - D p_k = 0, \text{ где } (2)$$

P – объем счетного товара, $P \in O_P$; p_i – товара S; p_k – цена товара D. Счетный товар снимает территориальные и временные разрывы, при которых обмен без товара-посредника (счетного товара) невозможен [3, 35,40-42,103].

Модель обмена Вальраса можно записать и следующим образом.

Пусть

X_{ij}^* – это такое количество товара j , предлагаемое для обмена, которое дает максимальное благосостояние для i -го участника. X_{ij} – фактическое количество товара j , предлагаемое для обмена i -ым участником.

U_i – благосостояние i -го участника, $U_i \rightarrow \max, i=2,3,\dots,n$.

При условии сканирования разных вариантов обмена фактическое количество предлагаемых к обмену товаров будет приближаться к оптимальным, а благосостояние участников обмена будет максимизироваться.

$$p_{ij}X_{ij} \rightarrow p_{ij}X_{ij}^* \quad (8)$$

В общем случае

$$\sum p_{ij}X_{ij} \rightarrow \sum p_{ij}X_{ij}^*. \quad (9)$$

Тогда будет справедливым равенство

$$X_{11} - X_{11}^* = \sum p_{(i-1)(j-1)} X_{(i-1)(j-1)}^* - p_{(i-1)(j-1)} X_{(i-1)(j-1)} \quad (10)$$

Последнее уравнение – это выражение так называемого закона Вальраса. Если существует дефицит товара на отдельном рынке, то он компенсируется товарным излишком на других рынках.

Из математической модели обмена Вальраса мы сформулируем несколько дополнительных определений.

1. Существует бюджетные ограничения для продавца и покупателя

$$S \in O_S \quad (11)$$

$D \in O_D$, где

O_S – множество допустимых количеств товара S ; O_D множество допустимых количеств товара D .

2. При отсутствии бюджетных ограничений, иначе говоря, когда имеет место моральный, нравственный и технологический беспорядок, максимум благосостояния маловероятен.

3. Если обмены будут продолжаться бесконечно долго и бесконечно много раз, то продавец и покупатель будут менять пропорции и количества товаров, максимизируя благосостояние от обмена и придут к оптимальному обмену.

$$S_i^* = D_i^* \quad (12)$$

При условии $i \rightarrow \infty$; $U_S \rightarrow \max$; $U_D \rightarrow \max$; $S_i^* = D_i^*$ – пропорция от обмена, дающая максимальный прирост благосостояния для продавца и покупателя; U_S , U_D – уровни благосостояния от обмена для продавца и покупателя при различных сочетаниях цен и количеств товаров.

Модель Вальраса позволяет подойти и к понятию конкуренции, уточнив его. Доля основных игроков на рынке – слишком расплывчатый и неопределенный критерий конкуренции на рынке.

Предположим, что при действующих ограничениях существуют оптимальные цены, оптимальные количества, при которых благосостояния от обмена для продавца и покупателя будут максимальны.

Обозначим через ΔU_i – прирост благосостояния агента i в результате обмена. В начальной и конечной точках сканирования обменных пропорций

$$\Delta U_i = 0, \quad (13)$$

или $U_1(m_i, a_i) = 0$, где m_i , a_i – номера трансакций обмена соответственно в начальной и конечной точках, при которых прирост благосостояния агента 1 равен нулю.

Если сделать невозможными некоторые сочетания цен и количеств обмениваемых товаров, то тем самым исключаются и вероятно благоприятные сочетания цен и количеств обмениваемых товаров для участников обмена. Чем больше исключаемых из сканирования обменных пропорций, тем ниже уровень конкуренции, и, наоборот, если все возможные сочетания цен и количеств товаров в обмене допустимы, то обменные операции будут совершенно конкурентными.

Монополия ограничивает конкуренцию, потому что ограничивает обменные операции только теми, в которых предельные издержки производства товара меньше цены. Монополия – хороший пример ограничений в конкуренции. При заданной цене конкуренция ограничена.

В бизнесе нередки ситуации, которые связаны с продажей товаров не только с убытком, но и с приплатой. Например, хранение сбережений редко,

но бывает, происходит с отрицательной ставкой. Иногда бизнес продается с символической платой в 1 денежную единицу. В классической и неоклассической теории обмена продажа с отрицательной ценой не рассматривается. Модель Вальраса, наоборот, позволяет понять внутренние пружины столь парадоксального обмена – оставление у себя имущества несет большие убытки, чем продажа по символической цене. Продажа товаров по символическим ценам – это свидетельство конкурентного обмена.

Коррупция – выполнение служебных обязанностей за двойную плату от основного работодателя и от клиента, не предусмотренную договором купли-продажи и трудовым договором, выступает как кража и у работодателя, и у партнера по сделке. В более широком контексте коррупция – это ограничение в конкуренции, которое наносит ущерб благосостоянию всех сторон коррупционной сделки, поскольку коррупция – это не только ложная сделка, но и ограничение в ряде сканирования вариантов обмена для выбора оптимального обмена.

Товарная интервенция – альтернатива заданной цене при регулировании обмена, она не ограничивает сканирование вариантов обмена. Инвестиции в производство товаров также не ограничивают конкуренцию субсидирование потребления не ограничивают конкуренцию.

Модель обмена Вальраса не применима к сектору обмена общественными благами. Обратимся к обмену общественными благами неделимыми благами, т.е. вторая производная от производственной функции общественных товаров не равна нулю.

Дж. Ю. Стиглиц для теоретического представления обмена в общественном секторе предлагает три подхода: использовать замещение частных товаров общественными, налоговой цены, спроса и предложения на общественные товары, а также теории утилитаризма роллсианства.

Общество всегда находится в состоянии выбора между частными и общественными товарами. Точка равновесия определяется суммой предельных замещений частных товаров на сумму предельных замещений

индивидов на общественные, суммой предельных норма трансформации частных товаров на общественные, а также равенством предельных норм замещения частных товаров на общественные нормам трансформации частных товаров на общественные [11, с. 138].

Оптимальность выбора частных и общественных товаров можно записать в виде формулы:

$$MRPT_{pppp} = MRS_{pppp} \quad (14)$$

Предельная норма продуктовой трансформации частных товаров в общественные равна предельной норме технической замены производства частных товаров на общественные в производстве [11, с. 123].

Дж.Ю. Стиглиц вводит в анализ понятие налоговой цены, спроса и предложения общественных товаров. При определении налоговой цены спрос и предложение общественных товаров сближаются и находят точку пересечения – оптимальную величину спроса и предложения общественных товаров. Однако достижение равновесия зависит не от индивидов, а от политического процесса [11, с. 150].

Роллсианство как и утилитаризм, предполагают, что индивидуальные предпочтения в общественном хозяйстве складываются по вертикали в отличие от рыночной экономики, где индивидуальные предпочтения складываются по горизонтали. В утилитаризме сложение индивидуальных предпочтений происходит аддитивно, в роллсианстве – дифференцировано. И в том и другом случаях можно записать

$$W = \sum_{i=1}^n D_i \quad (15)$$

Общественное благосостояние есть сумма благосостояний членов общества.

Формула роллсианско-утилитаристкой концепции обмена в общественном хозяйстве имеет вид

$$\text{Max } W = \sum_{i=1}^n U_i + \sum_{k=1}^n U_k \quad (16)$$

Максимум благосостояния общества складывается из благосостояния бедных (i) и богатых (k).

Утилитаризм показывает, что максимум общественного благосостояния достигается при равенстве распределений общественного благосостояния среди богатых и бедных. Роллсианство показывает, что максимум общественного благосостояния достигается при таком распределении, при котором увеличивается благосостояние бедных. В пределе и в роллсианстве, и в утилитаризме должно соблюдаться равенство

$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{k=1}^n U_k \quad (17)$$

Максимум благосостояния всех членов общества по отдельности и совместно достигается при уравнительном распределении [11, с. 110].

Согласно теории утилитаризма, в обмене в общественном секторе увеличение полезности одного индивидуума должно иметь равную весомость с увеличением полезности другого индивидуума. Согласно теории роллсианства в обмене в общественном секторе увеличение полезности одного индивидуума может иметь и не равную весомость с увеличением полезности другого индивидуума. Рассмотрим общество, в котором две группы – группа 1 и группа 2. Общее благосостояние складывается из благосостояний индивидуумов из групп 1 и 2. Группа 1 имеет определенный уровень полезности U_1^* , а группа 2 – уровень U_2^* . Где U_2^* по крайней мере не меньше U_1^* . Если мы увеличим полезность второй группы, сохраняя полезность первой группы неизменной, мы останемся на той же кривой общественного безразличия: т.е. общество не улучшит своего положения. Оно не хочет поступиться какой-либо полезностью группы 1 ради какого-то увеличения полезности группы 2. Если обе группы первоначально имеют одинаковые уровни полезности, благосостояние общества возрастает только в случае, когда повышается благосостояние как группы 1, так и группы 2, и это повышение равно наименьшему повышению благосостояния любой группы.

Согласно Стиглицу, обмен в общественном секторе сводится к выбору пропорций обмена между уменьшением благосостояния одной группы/одного индивида и увеличением благосостояния другой группы/другого индивида [11, с. 112].

На наш взгляд, обмен в общественном секторе по модели утилитаризма или роллсианства отличаются от рыночного обмена только способом формирования спроса и предложения, но не по существу. В рыночном обмене спрос и предложение не распадается на составные части. В утилитаризме/роллсианстве спрос и предложение распадаются на индивидуальные благосостояния, встреча спроса и предложения происходит как перераспределение общественного благосостояния между группами населения. В одном случае равновесие достигается в точке равного распределения общественного благосостояния, в другом – в точке равенства спроса и предложения на общественные товары.

В порядке критики концепции обмена Стиглица следует отметить, что общественные товары неделимы, и поэтому не могут разверстываться по вертикали. Права собственности могут делиться, но общественные полезности не делятся.

К сектору обмена общественными благами применима теория «Принципал-Агент».

Теория «Принципал-Агент» ставит обменивающиеся стороны изначально в неравное положение. Одна сторона обмена дает поручение (принципал), другая – выполняет это поручение и получает вознаграждение (агент). Обмен предполагает доверительные отношения, системы общей информации, создание целенаправленных мотивов, установление систем контроля за выполнением обязательств обменивающихся сторон. Теория «Принципал-Агент» впервые предложена М. Дженсенем и В. Меклингом в 1932 году [9; 17]. Она представляет собой развитие известного тезиса К. Маркса о разделении собственности и управления.

Во второй половине XX века теория «принципал-агент» получила дальнейшее развитие и активно разрабатывается в настоящее время. Особенно содержательна теория «принципал-агент» в части применения к общественному сектору и структуре собственности в фирме [15;18].

Б. Холмстрём [16] предложил следующую математическую модель обмена в коллективном производстве.

Пусть имеются n агентов. Каждый агент имеет номер i . Каждый агент выполняет ненаблюдаемые действия a_i . Коллективное действие обозначим через A_i , ($a_i \in A_i = [0, \infty]$). Каждый агент несет не денежные издержки v_i . Конвенциональные условия обозначим через \mathbb{R} . $A_i \rightarrow \mathbb{R}$, $v_i \rightarrow \mathbb{R}$.

Примем $v_i(0) = 0$,

$$a = (a_1, \dots, a_n) \in A \equiv \sum_{i=1}^n A_i. \quad (18)$$

Пусть $s_i(x)$ – доля i -го агента в доходе коллективного производства. Доход распределяется среди агентов. Функция $\sum_{i=1}^n A_i$ – сепарабельна и в денежном и в натуральном выражения, линейна в денежном выражении.

Пусть агент стремится к положительной разнице между его денежными поступлениями и затратами (u), т.е.

$$u_i(m_i, a_i) = m_i - v_i(a_i), \text{ где } (19)$$

m_i – некоторый коэффициент линейной функции. $v_i(a_i)$ – неденежные затраты агента i . Чистые денежные поступления агента в начальной и конечной точках производства равны нулю. Правило, по которому подчиняется распределение долей среди агентов таково:

если $s_i(x) \geq 0$, $i = 1, \dots, n$,

$$\text{то } \sum_{i=1}^n s_i(x) = X \text{ для всех } x, \text{ где } (20)$$

X – доход коллектива, распределяемый среди агентов, s_i – объем денежного вознаграждения агента i , x – размер денежного вознаграждения агента i .

Доход коллектива, распределяемый среди агентов, равен сумме денежных поступлений всех агентов.

В этих условиях оптимум по Парето записывается как:

$$a^* = \arg [x(a) - \sum_{i=1}^n v_i(a_i)] \quad (21)$$

Оптимальная точка обмена в системе отношений «Принципал-Агент» равна экстремуму функции разницы между денежным вознаграждением всех агентов и их затратами.

Если функция долевого распределения коллективного дохода дифференцируема, то мы можем найти точку равновесия по Нэшу. Это a^* , при которой выполняется равенство

$$s'_i x'_i - v'_i = 0 \quad i=1 \quad (22)$$

где:

$s'_i x'_i - v'_i$ – первая производная функции чистого дохода агента по a .

Б. Хольмстрём акцентирует внимание, что первая производная исходного уравнения равна 1.

$\sum_{i=1}^n s'_i = 1$, а производная от долевого распределения коллективного дохода равна 0. Условие равновесия требует нулевого прироста вознаграждения. Таким образом, при равенстве чистых вознаграждений агентов общей сумме распределяемых доходов будет не выполняться условие оптимальности по Нэшу. Отсюда вывод: в коллективной экономике требуются усилия по оптимизации обмена, или по управлению коллективным производством, есть необходимость в механизме распределений штрафов и вознаграждений в группе.

Обмен предполагает некоторый культурный контент – совокупность исторически сформированных норм и пропорций богатства, нарушение которых ведет за собой дегуманизацию производства и потребления, снижение уровня безопасности индивидов, сужение возможностей самоидентификации членов общества. Культурный контент в теории контрактов первоначально принимается заданным и благоприятным для участников контрактов. Но рассматриваются ситуации, когда нормы, записанные или предполагаемые в рамках контракта, не соблюдаются. Это ситуации морального риска.

Б. Хольмстрём исследовал моральный риск (оппортунистическое поведение) сторон агентского договора. Моральный риск – это риск, что одна из сторон агентского договора вступила в соглашение в условиях неопределенности индивидуального и коллективного поведения и рисков недобросовестных намерений. Б. Холмстрём предложил в вознаграждении

агентов соблюдать принцип информативности. Суть этого принципа в зависимости оплаты труда агента от таких величин, которые являются существенными для оценки деятельности этого агента, т.е. от ключевых показателей его конкретной работы.

О.Т. Лебедев и А.Р. Каньковская предложили использовать математический аппарат векторного анализа для описания коллективной работы и обмена в нем [5].

Мы изложим эту концепцию математического аппарата анализа более развернуто.

Любая работа в рамках коллектива может быть представлена как вектор, основная ось системы координат – как сумма проекций векторов на основную ось. Вклад индивидуальной работы на коллективный результат определяется длиной индивидуального вектора агента и косинусом угла между его вектором и основной осью координат. Косинус угла между вектором и осью координат ($\cos A$) можно определить, зная координаты основной оси и индивидуального вектора. Формула определения косинуса угла A такова:

$$\cos A = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \cdot \sqrt{y_1^2 + y_2^2}}, \text{ где (23)}$$

x_1 и x_2 – координаты вектора $|a|$; y_1 и y_2 – координаты коллективных результатов, вектор $|b|$.

По известным векторам и косинусу угла A можно определить вклад агента в коллективные результаты. Он определяется по формуле

$$\text{Пр}V_a = |\bar{a}| \cdot \cos(\bar{a}, \bar{b}), \text{ где (24)}$$

$\text{Пр}V_a$ – проекция вектора a на основную ось;

$|a|$ – координаты вектора a ;

$\cos(\bar{a}, \bar{b})$ – угол A .

В упрощенном варианте

$$\text{Пр}V_a = \frac{(\bar{a} \cdot \bar{b})}{|b|}, \text{ где (25)}$$

$(\bar{a} \cdot \bar{b})$ – скалярное произведение двух векторов, равное сумме произведений соответствующих координат; \bar{a} – вектор агента; \bar{b} – вектор коллективных результатов; $|\bar{b}|$ – модуль вектора коллективных результатов (равен корню квадратному из суммы квадратов координат).

Определив длины векторов всех работников, отдельно можно ранжировать работников по степени влияния на коллективный результат. Заметим, математический аппарат векторов позволяет определить оптимальность, точку равновесия, которая фиксирует существование цепочки соотношений 1) угла A , 2) координат вектора работника, 3) координат проекции вектора работника на основной оси, 4) координат вектора, который соединяет вектор работника и проекцию этого вектора на основную ось.

Уравнение оптимальности в системе векторов коллективной работы имеет вид согласно теореме косинусов

$$|\bar{c}|^2 = |\bar{a}|^2 + |\bar{b}|^2 - 2|\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos A \quad (26)$$

Согласно теореме косинусов квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

Оптимум в концепции векторного представления коллективной работы требует большего количества данных, чем данных о проекции индивидуальной работы агента на коллективный результат, а именно данных о координатах третьего вектора, корреспондирующего с углом A . Мы можем утверждать, что это вектор мотивации (или координации, регулирования управления коллективным процессом). Этот вектор уменьшает неопределенность отношений агента и принципала и делает более вероятной оптимальность в коллективной работе.

Математическое представление обмена в системе отношений «Принципал-Агент» дается в работе Л.С. Тарасевича, П.И. Гребенникова, А.И. Леусского [13, с. 246-249].

Пусть результаты коллективной работы являются стохастической функцией затрачиваемых агентами труда

$$Q=aL+v, \text{ где (27)}$$

Q – результат коллективного труда; L – количество труда агентов; показатель производительности агентов; v – стохастическая переменная с нулевым ожиданием.

Денежный эквивалент своих физических и умственных затрат агенты оценивают по формуле

$$H=bL^2; 0<b<1 \text{ (28)}$$

Оплата труда агентов состоит из двух частей: фиксированной суммы, не зависящей от количества труда (m), и доли (δ) конечного результата хозяйственной деятельности коллектива

$$M(r,\delta,v)=m+\delta Q \text{ (29)}$$

Агенты согласны трудиться, если $M \geq H$.

Функция полезности агента имеет вид

$$U_{ar}=m+\delta aL-bL^2 \text{ (30)}$$

Функция полезности принципала имеет вид:

$$U_{пр}=Q-M=aL-m+\delta aL \text{ (31)}$$

Функция общественного благосостояния имеет вид:

$$W=U_{ar}+ U_{пр}=aL-bL^2 \text{ (32)}$$

Путем дифференцирования W определяем, что функция общественного благосостояния достигает максимума при $a = 2bL$. Другим словами, в модели «Принципал-Агент» существуют равновесия принципала, агента и общего благосостояния, если отсутствует неопределенность.

Примем, что агенты склонны избегать риска, их усердие неконтролируемо. Тогда максимум их функции полезности будет определяться уравнением.

$$\frac{dU_{ar}}{dL} = \frac{\delta}{2\sqrt{aL}} - 2bL = 0 \text{ (33)}$$

Другим словами, в случае избегания риска и неконтролируемого усердия агенты стремятся к увеличению своей доли в общем результате и снижении своих издержек. В этом случае принципал должен определить

нижнюю границу оплаты труда агентов и нижнюю границу затрат труда. В противном случае $W \neq U_{ар} + U_{пр} \neq aL - bL^2$, т. е. возникнут чистые потери.

Если принять, что математическое ожидание результатов коллективного труда $v > 0$, вероятность чистых потерь соответственно возрастает.

Мы предлагаем упрощенную модель обмена, интегрирующую модели товарного обмена и модель обмена для общественных товаров.

Пусть имеется продавец, производственная функция которого имеет вид $Q=f(K, L)$, где (34)

Q – объем производства; K - капитал; L -труд.

Пусть имеется покупатель, линия безразличия которого имеет вид $U=f(L, W)$, где (35)

U – линия безразличия покупателя между трудом и его вознаграждением.

Парето-оптимум будет достигаться в точке

$$dQ=dU=0 \quad (36)$$

Равновесие по Нэшу будет достигаться при наборах стратегий из $|Q_i|$ и $|U_j|$, когда

$$Q_i^*, U_i^* > |Q_{i-1}|, |U_{i-1}| \quad (37)$$

Стратегия обмена будет оптимальной, если она дает благосостояние агента больше, чем любая другая стратегия с учетом вероятности реализации оптимальной стратегии. Важно отметить, что повышение вероятности реализации оптимальной стратегии обмена вызывает не снижение энтропии в обмене, а, наоборот, повышение энтропии обмена, поскольку рост благосостояния в результате обмена вызывает повышение степени свободы в производстве и потреблении.

Математические модели обмена позволяют углубить понятие конкуренции как взаимодействия производителей. Они показывают конкуренцию со стороны взаимодействия производителей и возникающей отсюда неопределенности обмена. Важный элемент конкуренции – это неопределенность, возникающая из решения задачи оптимума, когда потребитель имеет набор альтернативных продуктов для увеличения своего

благосостояния, а производитель производит не все продукты, необходимые для потребителя, а только один. Приближение производственных функций многих производителей к функции безразличия потребителя представляет собой реальную задачу, которую решает рынок и регулятор. В этом приближении оптимум многовариантен, неопределенность достижения равновесия делает необходимыми соглашения между продавцами, в том числе и через функционирование регулятора, которые благоприятны и продавцов и для потребителей. Модель «принципал-агент» интегрирует рыночные модели обмена и модели обмена в общественном секторе экономики.

Важное место в ряду моделей обмена занимают те модели, которые имеют естественно-научный характер. Они строятся на продолжении естественные-научных закономерностей в процессах обмена. Это модели линейного программирования, Парето-эффективности, теории игр, энтропии закона золотого сечения, закона больших чисел. К статистическим моделям обмена относится модель расчета валового национального продукта. Естественно-научные и статистические модели обмена в данной статье не рассматриваются, так как они подробно изложены в научной, учебной и справочной литературе.

Обзор экономико-математических моделей обмена показывает, что обмен имеет важное значение в связке производство-потребление. Однако роль обмена в общественном воспроизводстве нельзя ни преувеличивать, ни преуменьшать. Все стадии общественного воспроизводства – производство, потребление и обмен имеют равно активное значение для экономического роста. Мы видим преувеличение роли обмена в ситуации, когда имеет место рынок покупателей, преуменьшение – когда имеет место рынок продавцов и монополии. И то и другое негативно влияет на экономический рост.

Рассмотрим тенденции обмена продукции аграрно-промышленного комплекса, с одной стороны, и иных товаров, и услуг, с другой, в аспекте потенциала экономического роста и жизненного уровня населения.

Рассмотрим тенденции обмена продукции аграрно-промышленного комплекса, с одной стороны, и иных товаров, и услуг, с другой, в аспекте потенциала экономического роста и жизненного уровня населения.

Как известно цены на продукты питания зависят от спроса и предложения продуктов питания. Однако рынок продуктов питания многоуровневый. Существует точка равновесия производства и потребления продуктов питания на территории страны. Реальный спрос и предложение зависит от положения (размещения, позиционирования) точки равновесия производства и потребления продуктов питания на территории страны. Происходит приспособление состояния спроса и предложения продуктов питания к точке равновесия на территории страны, хотя такое приспособление не носит автоматического характера. Оно реализуется не только рыночными механизмами, но и механизмами государственного регулирования рынка продовольствия, которые учитывают территориальную дифференциацию хозяйственных и природных условий на основе статистики региональной и экологической специфики деятельности аграрно-промышленного комплекса страны. Экологические, производственные и экономические условия производства и потребления продовольственных товаров формируют точку равновесия на карте Европейской России на границе зон степи и лесостепи.

Политэкономическая наука в отношении продуктов питания определяет обмен с позиций стоимостной и натуральной формы обмена. Обмен принимается как переход труда из одной формы в другую и движение продовольственной продукции в его натурально-вещественной форме. Экономико-математическая наука особенно обращает внимание на эластичность производства и продаж продуктов питания в зависимости от цены. Эластичность производства и продаж продовольственных товаров — это изменение производства и продаж продуктов питания в процентах на 1 % изменения цены. Экономико-математическая наука выделяет товары с низкой и высокой эластичностью производства и потребления продуктов питания по цене. Продукты питания характеризуются низкой эластичностью потребления

по цене. В 2009 году оборот розничной торговле Российской Федерации. сократился на 8-9 %, а месячная инфляция оставалась вблизи нулевых отметок. Уменьшение спроса на продовольственные товары мало связано с динамикой цены, так как в сфере оборота продовольственных товаров имеет место низкоэластичный спрос. Из-за низкоэластичного спроса существует отставание роста цен на продовольственные по сравнению с ростом цен непродовольственные товары и услуги. Данное различие составило в 2012 году 1 %.

Покажем связь цен и объемов производств картофеля в Республике Коми за 2010-2016 гг.

Таблица 1 -Связь между ценами и объемами производства картофеля в Республике Коми за 2010-2016 годы*

Показатель	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Индекс цен по отношению к прошлому году	91,7	84,3	196,8	53,8	112,1	91,4	96,5
Индекс производства картофеля по отношению к прошлому году	-	128,4	98,0	104,2	0,97	0,96	120,0
Процент изменения производства картофеля на 1 % изменения цены (эластичность производства картофеля по цене)	-	0,55	0,49	193,6	0,86	1,05	1,24
Коэффициент корреляции индекса цен к индексу производства картофеля -0,0275							

*Расчеты авторов по материалам Госкомстата Республики Коми за 2010-2016 годы.

В таблице 1 мы видим типичный пример эластичности производства продуктов питания на примере динамики цены и производства картофеля в Республике Коми за 2010—2016 годы. Коэффициент корреляции между

индексом цен и индексом производства картофеля в Республике Коми составил ничтожно малую величину $-0,0275$. Эластичность производства картофеля по цене изменялась от $0,55$ до $1,24$.

По показателям эластичности потребления продовольствия по цене можно дифференцировать продовольственные и частично непродовольственные товары на три группы. В первой группе находятся хлеб, большая часть сельхозпродукции, яйца, бензин (без краткосрочного спроса), услуги медицинского обслуживания. Во второй группе – мясо (говядина), табачные изделия, бензин (долгосрочного спроса). В третьей – баранина, ресторанные блюда. Заметна обратная связь между эластичностями спроса на ресторанные блюда, -с одной стороны, и эластичностью табачных изделий, с другой.

Существует зависимость динамики цен на продовольствие от риска. В свою очередь показатель среднего риска зависит от показателя эффективности групп объектов в экономике. С учетом знаков эластичности по доходам значение показателя среднего риска от показателя эффективности групп объектов составляет для баранины -34% , для говядины -5% , бензина долгосрочного спроса около $0,0005\%$.

В 2009 году показатели эластичности по доходам по продуктам питания выглядели следующим образом: хлеб - 3 . Мясо $-4,3$, сыр - $3/5$, макароны- $1/2$, рыба и рыбопродукты $-1/3$, молоко и молочные продукты $-1/4$, сливочное масло $-1/11$, яйца $1/12$, алкоголь $-4/3$, табак $1/3$, Другие товары: бензин $-4/3$, лекарства- $4/3$. Поэтому продовольственные товары можно дифференцировать по показателям эластичности следующим образом. В первой группе находятся хлеб и хлебобулочные изделия (выскоэластичные продукты). Во второй-мясо, алкоголь (среднеэластичные продукты). В третьей - макароны, рыба и рыбопродукты, сливочной масло и яйца, табак, молоко и молочные продукты низкоэластичные продукты).

Для сравнения в США в сфере АПК выделяются группы товаров по признаку перемещения материально-вещественной формы предметов. Первая

–предметы потребления. Вторая – средства производства, продаваемые промышленностью сельхозпроизводителям (машины, удобрения), и продаваемые сельхозпроизводителями для промышленности и торговли (сырье). Третья группа – средства производства, производимые и реализуемые внутри экономики в целом.

Для условий Северных регионов Российской Федерации, в частности для Республики Коми, следует отметить существенные различия между показателями инвестиционной активности в сельском хозяйстве и национальной экономике в целом, что объясняется в конечном счете низкой эластичностью производства товаров аграрного сектора и оттоком населения с Северных регионов, снижающим потребление продуктов питания собственного производства в Северном регионе. (см. табл. 1)

Таблица 2- Соотношение динамики инвестиций в сельском хозяйстве в Республике Коми и инвестиций в национальной экономике Российской Федерации за 2000-2012 гг.

Годы	Инвестиции в основной капитал в сельском хозяйстве, млн. руб.	Индекс инвестиций в сельском хозяйстве, %	Объем инвестиций в основной капитал национальной экономики, млрд. руб	Индекс инвестиций в основной капитала национальной экономики, %	Соотношение региональной и национальной динамики инвестиционной активности, ед.
2000	110,8	100,0	17,1	100,0	1,00
2001	131,8	119,0	21,7	126,9	0,94
2002	215,4	194,4	22,1	129,2	1,50
2003	311,9	281,5	25,4	148,5	1,90
2004	203,6	183,8	34,5	201,8	0,91
2005	276,4	249,5	50,4	294,7	0,85
2006	258,8	233,6	74,2	433,9	0,54
2007	348,6	314,6	62,3	364,3	0,86
2008	588,0	530,7	83,7	489,2	1,08
2009	724,4	654,0	109,5	640,2	1,02
2010	530,7	479,0	102,6	599,9	0,80

2011	492,2	444,2	192,7	1127,0	0,39
2012	502,1	453,2	195,0	11450,4	0,40

Источник. Расчеты авторов; Данные Министерства сельского хозяйства и продовольствия Республики Коми; Регионы России. Социально-экономические показатели. 2010. Стат. сб./Росстат. –М.,2010. -99бс.; Статистический ежегодник Республики Коми. 2012; Стат. сб./Комистат. –Сыктывкар, 2012. -458с.

Как показывает таблица 1, соотношение динамики инвестиционной деятельности в Республике Коми и национальной экономике Российской Федерации за 2000-2012 гг. менялось в пользу последней. Отставание инвестиций в сельское хозяйство Северного региона способствует оттоку населения из районов Севера, консервирует технологии сельскохозяйственного производства в этих районах.

Инвестиции вызываются факторами объемного роста продукта и структурными изменениями в производстве. При неизменном уровне цен инвестиции для объемного роста продуктов и инвестиции для структурных изменений находятся в обратной зависимости. При значительном увеличении инвестиционных расходов, связанных с изменением структуры, инвестиций для роста объема продукта может не хватить для необходимого прироста валового продукта. Возможна ситуация, когда инвестиции полностью уходят на количественное увеличение объемов выпуска продукции. В этом случае расширение объемов производства оказывается зажатым тесными рамками структуры и инфраструктурных ограничений. Пропорциональность инвестиций на объем продукции и инвестиций на изменение структуры важно учитывать при намечаемой поддержке экономики.

Ценовую составляющую обмена продовольственных и непродовольственных товаров за незначительный интервал времени можно рассматривать как измеритель структурного фактора.

Для более эффективного использования государственной поддержки сельского хозяйства в Северном регионе важно учитывать условия хозяйствования и реализации сельскохозяйственной продукции по природно-климатическим параметрам и транспортной составляющей путем оценки

различий равновесия на рынке и равновесия производства и потребления сельскохозяйственной продукции в территориальных параметрах.

Сильное влияние в обмене продовольственных и непродовольственных товаров и услуг может оказывать не только цена, но и система налогообложения и распределения доходов, платежи за используемые ресурсы, расходы на регистрацию прав. Система налогообложения может как сглаживать, так и усугублять различие равновесия на рынке и равновесия производства и потребления сельскохозяйственной продукции в территориальных параметрах.

Значительное влияние на обмен продовольственных и непродовольственных товаров оказывает субсидирование сельского хозяйства, в большей мере связанная и в меньшей – несвязанная виды поддержки. Так, в 2015 году Республика Коми произвела сельскохозяйственной продукции на сумму 11,4 млрд рублей. А общий объем финансирования из государственного бюджета федерального и регионального уровней только по Программе Республики Коми «Развитие сельского хозяйства и регулирование рынка сельскохозяйственной продукции сырья и продовольствия, развитие рыбохозяйственного комплекса, утвержденной Постановлением Правительства Республики Коми 28 сентября 2012 № 424 (в ред. от 06.08.2018 № 352) составил в 2015 г. 2 млрд. рублей. Можно утверждать, что государственное субсидирование сельского хозяйства на пятую часть поднимает уровень доступности продовольствия для населения региона, предотвращая голод из-за спадов производства продовольственных культур.

В регулировании обмена сельскохозяйственной и несельскохозяйственной продукции важно мотивировать сельхозтоваропроизводителей Северного региона на ее увеличение и повышение эффективности, но при этом особое внимание следует уделять учету условий реализации и логистики, а также природно-климатическим условиям. Тем самым регулятор будет способствовать конвергенции

(приближении) рыночного экономического равновесия к территориальному в сфере производства продовольственных сельскохозяйственных товаров.

В северных регионах выращивание картофеля для многих хозяйств приобретает монопродуктовую направленность. Но монопродуктовая направленность не всегда экономически и экологически оправдана в перспективе. Поэтому в Северных регионах важно расширять инвестиции во внедрение новых культивируемых растений и видов деятельности (выращивание в промышленных масштабах клюквы, лекарственных растений, развитие туризма).

Для Северных регионов в сфере обмена продуктов питания на другие товары актуальным является формирование модели экономического роста сельского хозяйства. Для выбора модели роста сельскохозяйственного производства в Северных регионах важно использовать метод сценариев: сценарий быстрого роста: доход компаний растет быстро, риски высоки, эффективность управления высока; сценарий сокращения: доход компании сокращается, риски высоки, эффективность управления средняя; сценарий антикризисного управления: доход компании отрицательный, эффективность управления низка, риски высоки, компания может быть ликвидирована.

В сфере производства продуктов питания для предотвращения сценария антикризисного управления важно проводить мероприятия по совершенствованию инвестиционного планирования, маркетингового планирования, кадрового и информационного обеспечения, технического, технологического перевооружения, диверсификации деятельности.

Перспективы роста рынка продовольственных сельскохозяйственных товаров в Северных регионах определяются численностью населения, доходами населения, потенциалом вывоза сельскохозяйственной продукции за границы региона. Однако в значительной степени сельскохозяйственное производство становится зависимым от экологического фактора. Уже сейчас расширение оленеводства ограничено площадью пастбищ. Вместе с тем важно учитывать и мировые тенденции. Сейчас в мире и в Северных регионах

возникают новые условия депонирования загрязнителей и добавок на единицу площади и мировой цены одной тонны производства соответствующей продовольственной культуры, что непосредственно сказывается на перспективах обмена продовольственных и непродовольственных товаров и ценообразовании на сельскохозяйственную продукцию.

Сегодня выбор модели расширения обмена продовольственными товарами основывается системе постоянной обратной фондовооруженности в производстве продуктов питания (на уровне соотношения 1/12). Однако, хотя эта система в прошлом она была достаточно успешной, она не всегда учитывала обменную, маркетинговую, экологическую и территориальную составляющие.

В аспекте экономического роста обмен выполняет важные функции: определяет допустимые границы качества обмениваемого продукта, и границы их совместимости с культурно-историческими ценностями; оптимизирует потоки ресурсов в экономике в целом; устанавливает допустимые границы применяемых при производстве продукта технологий. В этих функциях состоит существенная роль обмена в обеспечении экономического роста.

Список литературы

1. Беккер Г. С. Экономический анализ и человеческое поведение / Альманах THESIS. Зима 1993. Том 1. Вып. 1 С. 24-40.
2. Блауг М. Экономическая мысль в ретроспективе. М.: Дело ЛТД, 1994. – 720 с.
3. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии или теории общественного богатства. М.: Изограф, 2000. – 448 с.
4. Кейнс Дж.М. Общая теория занятости, процента и денег. М, Изд-во «прогресс», 1978. – 494 с.
5. Лебедев О.Т., Каньковская А. Р. Основы менеджмента. СПб Издательский дом «МиМ». 1998. – 192 с.

6. Маркс К. Капитал. Критика политической экономии. Том первый. Книга 1. Процесс производства капитала. М.: Издательство политической литературы. 1987. 900 с.
7. Маршалл А. Принципы политической экономии. Т. III. М., «Прогресс», 1984. – 351 с.
8. Радаев В.В. Поланьи К. Великая трансформация: политические и экономические истоки нашего времени // Экономическая социология. 2002. № 5. – С. 115-118.
9. Пантя Ю.М. История развития проблемы «принципал-агент» / Журнал экономической теории. 2011. № 4. – С.212-215.
10. Поланьи К. Великая трансформация: политические и экономические истоки нашего времени. М.: Алетейя, 2002. – 320 с.
11. Стиглиц Дж. Ю. Экономика государственного сектора. – М.: Изд-во МГУ: ИНФРА-М, 1997. – 720 с.
12. Сэй Ж.Б. Трактат по политической экономии. М.: Академия народного хозяйства при Правительстве российской Федерации. –2000. – 232 с.
13. Тарасевич Л.С, Гребенников П.И., Леусский А.И. Микроэкономика. М., Юрайт-Издат. 2006. – 374 с.
14. Хоманс Г. К. Социальное поведение как обмен//Современная зарубежная социальная психология. М.: Издательство Московского университета. 1984. С. 82-91.
15. Berle A., Means G. The Modern Corporation and Private Property, rev.ed.1932.Preprint. N.Y. Harcourt, Brace and World.1968. –380 p.
16. Holmström B. Moral Hazard in Teams/The Bell Journal of Economics, Vol.13, No. 2. (autumn,1982), pp. 324-340.
17. Jensen M., Meckling W. Theory of the Firm Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure/Journal of Financial Economics, 1976. USA.
18. Ross S. The Economic theory of Agency. The Principal's Problem/ American Economic Review. 1973. Vol. 63. № 2, pp.134-139.

