Fundamentalis scientiam

№6 (7)/2017

Scientific journal "Fundamentalis scientiam"

(Madrid, Spain)

ISSN - 1817-5368

The journal is registered and published in Spain

It is published 12 times a year.

Articles are accepted in Spanish, Polish, English, Russian,

Ukrainian, German, French languages for publication.

Scientific journal "Fundamentalis scientiam" (lat. "Basic Science")
was established in Spain in the autumn of 2016. Its goal is attracting the masses to the interest of "knowledge."
We have immediately decided to grow to the international level, namely to bond
the scientists of the Eurasian continent under the aegis of the common work, by filling the journal with research materials, articles, and results of work.

Plaza Santa Maria Soledad Torres Acosta, Madrid, 28004

E-mai: info@fundamentalis-scientiam.com

Web: www.fundamentalis-scientiam.com

CONTENT

ECONOMIC SCIENCES

JURIDICAL SCIENCES

PHYSICS AND MATHEMATICS

POLITICAL SCIENCES

ECONOMIC SCIENCES

METHODS OF SOLVING OF OPTIMAL CONTROL PROBLEMS IN AUTOMATIC SYSTEMS

Spiryagin, W.I.
The Institute of Socio-Economic and Energy Problems of the North,
Komi SC, UrB, RAS, Syktyvkar, Russian Federation

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ

В.И. Спирягин
Институт социально-экономических и энергетических проблем Севера Коми НЦ УрО РАН,
г. Сыктывкар, Российская Федерация

Abstract

On base of theoretical and practical researches, of studies methods of analysis and solving of optimal control problems for economic and social systems, and for the improvement of working of the economy of regions are offered to be answering modern tasks, needs and models.

Аннотация

На основе теоретических и практических разработок, исследований предлагаются методы анализа и разрешения проблем оптимального управления для экономических и социальных систем, улучшения функционирования экономик регионов, отвечающие современным задачам, потребностям и моделям.

Key words: method, norm, growth, system, contribution, control, region, science, labour, capital, factor, problem

Ключевые слова: метод, норма, рост, система, вклад, управление, регион, наука, труд, капитал, фактор, задача

В *больших общественных системах*, к которым относят также и *экономические системы*, наблюдаются *тенденции к росту компьютеризации и автоматизации процессов*. Эти тенденции порождают специфические типы задач управления, для разрешения которых используется *совокупность различных методов*, в том числе *математические методы* и *программирование*. Объединение двух последних привело в недалеком прошлом к созданию различных новых методов и задач.

Цель данной работы рассмотреть подробно аспекты применения совокупности указанных методов в экономической науке, выявить системные взаимосвязи между ними и теоретическими построениями экономистов, дать обоснование проводимой экономической политике и управлению на основе изучения свойств и особенностей задач оптимального управления.

Методической основой статьи послужили отдельные работы экономистов-теоретиков, теория оптимального управления, исследования в области оптимального функционирования экономики, проведенные в ЦЭМИ РАН, теория экономического равновесия, математическое программирование, теория двойственных оценок (теория двойственности) и достижения современной теории измерений.

Информационной базой работы являются статистические сборники и справочники, содержащие сведения о состоянии экономических систем, ссылки на которые даются ниже, а также расчеты автора на основе данных сборников и справочников, материалы лекций для соискателей ученой степени, читавшихся в ЦЭМИ РАН, результаты работ экономистов-математиков по рассматриваемым проблемным задачам, методические рекомендации по проблемам инвестирования, статистических измерений.

В соответствии с целью были *поставлены и рассмотрены следующие задачи*: дать теоретические и практические основания для отбора и применения используемых методов; наметить области их потенциального применения и понятийные характеристики; рассмотреть основные теоретические конструкции математической экономики (производственная функция или процесс, потребление и функция полезности, экономическая динамика и оптимум, в том числе в задачах оптимизации благосостояния, поведения потребителя на рынке, распределения ограниченных ресурсов, модели общего экономического равновесия) с точки зрения отобранных методов.

Основные результаты проведенного исследования – выделены перспективные по введенному понятию «эффективность» методы; описаны основные проблемы их использования; впервые предложена улучшенная форма интегральной функции полезности, включенная в систему теоретических моделей экономики; получены сведения о возможном поведении реальных систем в оптимальных областях.

Практическое применение – решена на модельном уровне сетевая модель производства и распределения ВВП; проанализирована динамика в различных типах цен; получено *утверждение о некорректности сложения потребительных стоимостей в определенных типах потребительских корзин; предложен подход к исчислению нормативного коэффициента эффективности; проведено* *исследование поведения экономических систем развитых стран в условиях изменения оценок энергоресурсов (приложение).*

Итак, для решения *задач математического программирования большой размерности*, появляющихся при исследовниях упомянутых ранее систем, рекомендуют использовать *эффективные методы*. Причина применения последних заключается в том, *что число вычислительных итераций в таких задачах зависит полиноминально от числа ограничений*. Для более подробного изложения обратимся к некоторым определениям.

Определение 1. *Метод рассматривается в качестве эффективного, если число однокомандных действий P(n) компьютерной системы может быть представлено полиноминальной зависимостью -*

$$P(n) \sim C\, n^{C1}. \qquad (1)$$

Однако, если зависимость экспоненциальна, т.е. выполнено -

$$P(n) \sim C \times 2^n\,, \qquad (2)$$

то метод рассматривается как *неэффективный*.

В множестве задач обычно выделяют *класс задач, которые разрешимы полиноминальными методами*. Обычно его обозначают через **P**. Однако этот класс задач является бедным (убогим).

Доказано, что к данному *классу задач* относится *задача линейного программирования*.

Основной *метод решения задач линейного программирования - симплекс метод, он является экспоненциальным методом*, т.е. *неэффективным* методом.

Рассматривают также другой *класс задач* (**NP**) - *класс задач, включающий в себя и те задачи, для которых еще не известен полиноминальный алгоритм решения*.

В *классе* **NP** выделяется *подкласс* **NP**- *полных задач*. Задача называется **NP** - *полной*, если к ней сводится любая другая задача из *класса* **NP**.

Схематически *соотношение классов задач* можно изобразить на ***Рис.1***.

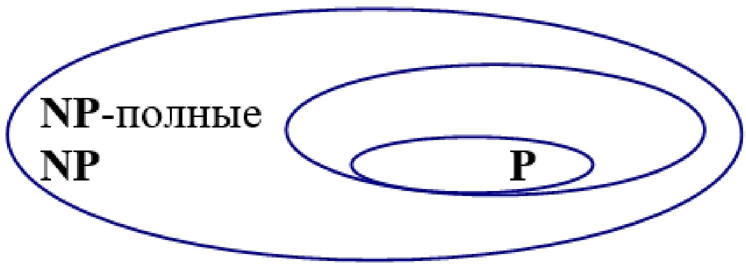

Рис. 1. *Схема соотношения классов задач.*

Основное правило работы с задачами математического программирования:

прежде всего, требуется попытаться показать, что рассматриваемая задача является **NP** - *полной*;

* далее следует уточнить: *в каком смысле (в точном или нет)?*.

Проблемой XX столетия считалось нахождение ответа на вопрос (**P** = **NP?**) или разрешение *задачи совпадения рассматриваемых выше классов*. Сведения о проблеме достаточно широко изложены в *экономико-математической литературе*, поэтому имеет смысл перейти к *управленческим и системным аспектам*.

В управлении производственными системами часто сталкиваются с потребностью разрешения *задач временного программирования и регулирования систем*.

В таком программировании выделяют не менее двух разных аспектов:

* *перспективный* или *долгосрочный*;
* *текущий* или *краткосрочный*.

Иногда выделяют также и *среднесрочный* аспект.

Задача долгосрочного программирования отвечает определенному типу производственных систем. Это *системы серийного производства с коротким циклом*.

Задача текущего программирования возникает *при управлении производственными системами с единичным и мелкосерийным производством*. Данная задача не является в большинстве случаев *задачей линейного программирования.*

Иерархическая система управления обычным предприятием имеет не менее трех разных уровней:

* *первый уровень* связан с определением *производственной программы*;
* *второй уровень* занимается *межцеховыми проблемами*, в число которых входит *объемное и динамическое распределение производственной программы*;
* *третий уровень* интересуют *внутицеховые задачи*, в частности *динамическое планирование производства*.

Следует отметить, что возможности использования для *единичного и мелкосерийного производства задач линейного программирования* чрезвычайно ограничены на всех трех уровнях управления в системе.

В таких системах имеет место задача: «*Как распределить выпуск единиц продукции во времени, учитывая ограничения по ресурсам в каждый момент дискретного времени?*».

Решение задачи представляется в виде *графика средних уровней распределения выпусков во времени до определенного момента* Т.

В каждый из моментов времени *выпуск единиц продукции может варьировать в определенном диапазоне значений* (***Рис. 2***).

Средний уровень выпуска

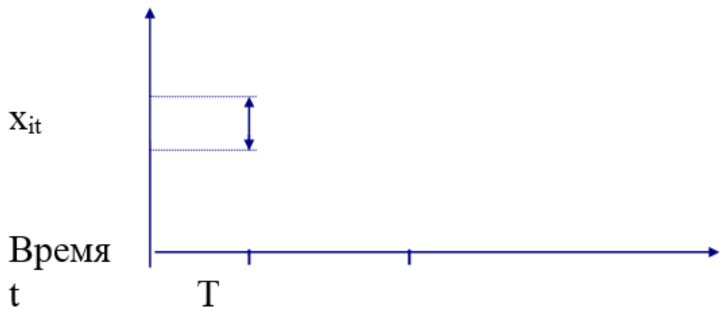

Рис. 2. Средний уровень распределения выпуска продукции системы.

Для *систем с дискретным производством* используется *сетевое описание производственного процесса*. Технология такого производства часто сама собой определяет *порядок выполняемых операций*. В таких системах *верхний уровень управления* предпочитает выбирать *сетевую модель или задачу распределения производственной программы*.

Когда найдено решение *задачи распределения производственной программы*, на следующем (*внутрицеховом*) уровне возникает *задача планирования и регулирования производственной программы*.

На уровне управления цехом выделяют особо *оперативное управление внутри цеха*. *Задачи оперативного управления цехом* решаются в рамках *сменного задания* вплоть до *месячного распределения программы*.

На современных предприятиях *процедура управления* во многом осуществляется в виде **АРМ** (*автоматизированного рабочего места*). Аналогичные задачи возникают в *компьютерных сетях*, когда требуется отладить работу *серверов*.

Типовая задача для одного рассматриваемого выше уровня управления.

Имеется *сборочный цех*, *известны изделия*, выбран *месячный горизонт планирования*. Сверху поступает *месячная программа цеха*. Известны *ресурсы цеха*, *объемы незавершенного производства*. В качестве одного *такта работы подсистемы* выступает *одна смена*.

В итоге построения имеем *сетевой график работ*, представленных кружками и стрелками взаимосвязей. Для такой сети известны *сроки окончания выпуска изделий* и *продолжительностей работ*. Необходимо найти *расписание выпусков продукции или изделий*, при котором:

* не нарушается *технология производства*;

* не меняются *сроки исполнения заказов*;

* не превышаются *расходы ресурсов*, в первую очередь *трудовых ресурсов* и *фондов времени работы оборудования*;

* минимизируется взвешенная по g_i сумма опозданий по срокам из-за неоптимального функционирования системы или *минимизируется суммарный штраф за опоздание по срокам*

$$(\sum_{i=1}^{M} g_i (b_i - r_i) \to \min).$$

В качестве *конкретного примера* рассмотрим следующую задачу.

Задана сеть (***Рис. 3***). По *каждой работе (процессу)* известны ее *время* и *ресурсы*, необходимые для ее выполнения.

1) импорт;

2) производственные ресурсы;

3) экспорт;

4) продукция;

5)текущее непроизводственное потребление;

6) непроизводственные ресурсы.

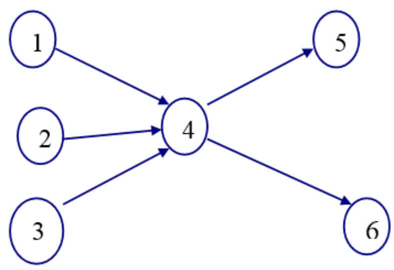

Рис. 3. *Сетевая модель.*

В качестве *переменных* обычно выступает *время начала и окончания операций*.

Ниже для рассматриваемой выше задачи приводится одно из *допустимых расписаний* с учетом *ограничений на ресурсы* (***Рис. 4***).

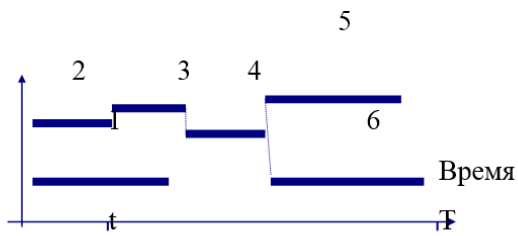

Рис.4.Допустимое расписание работ системы.

Таких *допустимых расписаний* может быть бесконечно много. В связи с этим возникает проблема: «*Как найти оптимальное расписание, чтобы время выполнения всех работ было минимальным?*».

В конце прошлого века было установлено, что такого рода задача принадлежит к классу **NP**- *полных задач*.

Для решения таких задач обычно используется *метод ветвей и границ*, связанный с *алгоритмом,* близким по построению к *древовидным структурам* и *процедурам оценки отдельных возможных направлений* в *деревьях решений*.

Ниже приведен пример одной такой структуры (**Рис. 5**).

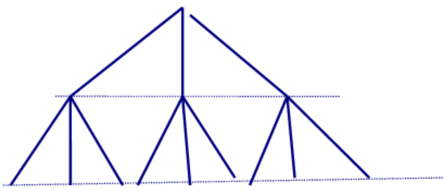

Рис. 5. Структура решений

Обычно, для того, чтобы уменьшить объемы вычислений, то есть не просматривать все ветви дерева в *алгоритм* закладываются *эвристики*. Таким образом, вместо всех *ветвей возможных решений* рассматриваются только *предпочтительные по тем или иным критериям или логическим соображениям*. Например, изучая научную работу, можно пролистать только несколько интересных для исследования страниц, не затрагивая остальные.

По мнению специалистов ***ЦЭМИ РАН*** для решения задач третьего уровня целесообразно применение *эвристических алгоритмов*. Для задач более высоких уровней управления использование последних часто не является целесообразным, поэтому рекомендуется задействовать *адаптивные эвристические методы*.

Несмотря на быстроту получения результатов для отдельных задач, сложно указать, на сколько эффективными являются сами такие методы в целом.

При решениях *оптимизационных задач* многое зависит от *точности и результатов измерений в системах*.

Ниже описаны некоторые проблемы, с которыми помимо прочего приходится сталкиваться исследователям.

Проблема единственности шкалы измерений. В ходе исследования системных объектов можно столкнуться с ситуацией, когда *исследователь объекта* имеет или может построить не *одну шкалу измерений*, а *неограниченно много таких шкал*.

Обозначим последовательность из таких шкал через S , S^1, S^2 , S^3, ...

В связи с такой ситуацией возникает закономерный вопрос: «*Каким образом описать множество всех таких шкал?*».

Существуют различные подходы к ответу на этот вопрос.

Часто приводится один из возможных подходов, суть которого состоит в том, что *выделяется обширный класс функций, позволяющих переходить от одной шкалы к другой шкале измерений*.

Для примера рассмотрим две шкалы g, f.

Пусть **x** и **y** такие, что на элементе a из множества A выполнено g(a) = **x**, f(a) = **y**. Кроме того, на том же самом множестве A для любого a из множества можно построить функцию φ, для которой справедливо

y = φ(**x**).

Данная ситуация приведена на ***Рис. 6.***

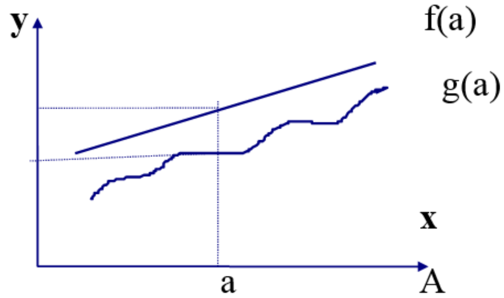

Рис. 6. Отображение шкал.

Если *шкалы взаимно однозначно различают или не различают объекты*, то тогда существует *однозначная функция* φ, *отображающая одну шкалу измерений на другую*.

Через $\{\varphi\}_{\dots}$ обычно обозначают *все множество допустимых преобразований*.

При практическом применении данной теории пользуются различными видами шкал.

К числу основных их видов относят:

1) *шкалу отношений*, если φ = к**x** , к ≠ 0;

2) *шкалу интервалов или интервальную шкалу*: φ = к**x** + в;

3) *порядковую шкалу*, если φ' > 0;

4) *номинальную шкалу или функцию перестановок*, когда различным объектам приписываются разные числа.

Для суждения о единственности пользуются следующим правилом: *единственность шкалы определяется группой допустимых преобразований*.

Таким образом, *единственность шкалы* рассматривается сквозь призму *понятия группы* и *понятия допустимое преобразование*. Последние опираются на известные определения из *курса математического анализа*.

Определение 2. *Группа - это множество объектов, удовлетворяющее трем свойствам относительно некоторой введенной внешней операции над элементами из множества, которые можно сформулировать словами:*

1) *применение этой операции к объекту ведет к тому, что результирующий элемент операции принадлежит к рассматриваемому множеству;*

2) *существует обратная операция;*

3) *существует единичная операция, которая означает тождественность элемента самому себе.*

Проблема адекватности - следующая по перечню и важности проблема *теории измерений*. Рядом специалистов-теоретиков она рассматривается как самая главная проблема. Ее суть можно определить следующим образом: *истинность или ложность количественного суждения должна быть инвариантна относительно конкретного вида шкалы (с учетом класса допустимых преобразований шкалы)*.

Чтобы сделать понятным последнее для *исследования систем*, имеет смысл обратиться к следующему примеру.

Пример. Пусть исследователя интересует ответ на вопрос: «*Можно ли складывать потребительные стоимости, т. е. к одной потребительной стоимости* (x_1) *добавлять другую* (x_2) *? Иначе говоря, существует ли сумма* $x_1 + x_2$ *?*».

Теория измерений говорит, что в данной постановке вопрос не вполне корректен.

Действительно, пусть имеем *интервальную шкалу измерений*. Рассмотрим случай, для которого справедливо следующее отношение:

$$x_1 + x_2 \equiv x_3 + x_4 + x_5. \qquad (3)$$

От такого соотношения путем *замены шкалы измерений* по правилу $x_i' = kx_i + b$ или $x_i = k^1 x_i' + b^1$:

$$k^1 x_1' + b^1 + k^1 x_2' + b^1 \equiv k^1 x_3' + b^1 + k^1 x_4' + b^1 + k^1 x_5' + b^1, \qquad (4)$$

$$k^1(x_1' + x_2') + 2b^1 \equiv k^1 (x_3' + x_4' + x_5') + 3b^1, \qquad (5)$$

$$x_1 + x_2 + b^1 \equiv x_3 + x_4 + x_5 + 2b^1 . \qquad (6)$$

При малых значениях *потребительных стоимостей* приближенно имеем -

$$b^1 \equiv 2b^1 . \qquad (7)$$

Таким образом, получаем, что *утверждение о возможности сложения потребительных стоимостей для интервальной шкалы не вполне адекватны в смысле, указанном ранее*.

В *реальных экономических условиях* данное означает, что, когда рассматривается *потребительская корзина* и *она сопоставляется с другой корзиной*, необходимо четко знать, *относительно какой шкалы измерений делаются выводы в ходе сопоставительных работ*.

Переход к *иной шкале измерений* может изменить понимание, возникающее по ходу одного или другого суждения.

Для случая с *потребительской корзиной* последнее, например, может быть вызвано *изменением самой системы цен*.

Для конкретной *системы цен* появление *интервальной шкалы* соответствует ситуации, в которой *цены всех товаров* меняются одновременно и пропорционально, но при условии введения некоторой наценки или чего-либо иного на все товары, входящие в *потребительскую корзину*.

Другой многозначительный пример. Пусть в ходе исследований получили следующее уравнение -

$$y = f (x_1, x_2, \dots , x_n) = \text{const}. \qquad (8)$$

Имеет смысл задаться вопросом: «*В самом деле можно найти такие функции, что их значения не будут меняться при переходах к иным интервальным шкалам измерений значений показателей?*». То есть требуется найти решение *определенного функционального уравнения*:

$$f (x_1, x_2, \dots , x_n) = f (kx_1 + b, kx_2 + b, \dots , kx_n + b) = \text{const}. \quad (9)$$

Для разрешения такого уравнения продифференцируем его по x_i :

$$\partial f (x_1, x_2, \dots , x_n)/ \partial x_i = \Sigma (\partial f / \partial u_j) (\partial u_j/ \partial x_i), \quad (10)$$

где $u_j = kx_j + b$ и $y = f (\mathbf{x}) = \text{const}$.

Отсюда имеем, что из условия неизменности функции от избранной интервальной шкалы из сумм *(10)* и дифференцирования выражения $u_j = kx_j + b$ следует:

$$\Sigma\Sigma\, \partial f / \partial u_j = (1/k)\, \Sigma\partial f / \partial x_i , \quad (11)$$

$$0 = \Sigma(1/k)\, \partial f / \partial x_i . \qquad (12)$$

В итоге получается, что

$$0 = \Sigma\, \partial f / \partial x_i . \qquad (13)$$

Выражение *(13)* дает только *необходимое условие* нахождения искомых функций. *Достаточность* будет выглядеть несколько иначе.

С учетом изложенного выше имеет смысл обратить внимание на следующую ситуацию.

Пусть *показатель развития системы F или экономической динамики dlnF/dt* зависит от двух независимых переменных: *показателя системы сопоставимых цен s(t) (s′(t)> 0)* и аналогичного *показателя системы фактических цен f(t)* и *(f′(t)> 0).*

Предположим, что *общее состояние системы не меняется F = const*, для измерений используется *интервальная шкала*.

Каким образом тогда должны вести себя важнейшие показатели в сопоставимых и фактических ценах?

Ответ вытекает из *теории измерений* и имеющихся *предпочтений исследователя*, сориентированного на *интервальную шкалу*:

если темп прироста от фактических цен положителен, то темп прироста от сопоставимых цен, вероятно, отрицателен $(0 = dlnF(s,f)/dt = dlnF/ds + + dlnF/df = dlnF/(s'(t)dt) + dlnF/(f'(t)dt))$.

Имеет смысл рассмотреть и обратное утверждение:

* *если темп прироста от сопоставимых цен положителен, то темп прироста от фактических цен, скорее всего, отрицателен*

$(0 = dlnF(s,f)/dt = dlnF/ds + dlnF/df = dlnF/(s'(t)dt) + dlnF/(f'(t)dt))$.

Т.е. в неизменной системе имеет место ситуация, когда экономика движется в двух противоположных направлениях одновременно, часто при равенстве абсолютных значений темпов, когда выполнено условие $f'(t) = s'(t)$, или же совсем не зависит от своих показателей в фактических или сопоставимых значениях ($dlnF/ds = 0; dlnF/df = 0$).

Аналогичные выводы имеет смысл распространить на *типовую ПФ* или на известную *функцию **Кобба-Дугласа*** от двух факторов: 1) *труд* и 2) *капитал* $(0 = dlnF(K,L)/dt = dlnF/dK + dlnF/dL = dlnF/(K'(t)dt) + dlnF/(L'(t)dt) = \alpha k + (1-\alpha)l$, *в частности при* $\alpha \geq 1$ *и* $k \geq 0, l \geq 0$).

Этот факт можно также с успехом использовать для *анализа устойчивости и положений равновесия экономических систем*.

Более подробно с *теорией измерений* можно ознакомиться по известной широким научным кругам работе «*Статистика объектов нечисловой природы*» (*проф.* ***А.И. Орлов***, *1990*).

Далее в интересах изучения следует обратиться к исследованиям самих *функций полезности*. Они представляют собой *модели определенных систем предпочтений*. Хотя *человеческое поведение* почти всегда *целенаправлено*, *небезразлично*, поскольку объект ведет себя в соответствии со своими *системами взглядов и выявляемыми предпочтениями*, имеет смысл подчеркнуть наличие в нем объективных составляющих, хотя *понятие объективности* само по себе может варьировать между различными позициями в течение некоторого отрезка времени (день, месяц, три месяца и т.д.).

Сами по себе *функции полезности* стали изучать, когда столкнулись с необходимостью описания *поведения потребителя в рыночной экономической системе*.

Типовая модель такого поведения:

Известны *товары в своих объемах* - $x_1, ..., x_n$, а также *цены на товары* - $p_1, ..., p_n$. Известен *критерий задачи* Q(**x**), который на *пространстве товаров* определяет гиперплоскости уровней.

Для *пространства двух товаров* - это *линии уровней* Q.

В задаче имеется одно ограничение, называемое *бюджетным ограничением*.

В общем виде с учетом бюджетного ограничения задача записывается следующим образом:

Q(**x**) → min *(14)*

$$S \equiv \sum_{i=1}^{n} ð_i x_i . \qquad (15)$$

В большинстве задач *общий вид критерия* неизвестен, но для *исследования поведения* подбираются различные значения Q(**x**). Для случая двух товаров *графическая модель задачи и ее решение* представлены на ***Рис. 7***.

Функции Q для практических приложений строятся различными методами.

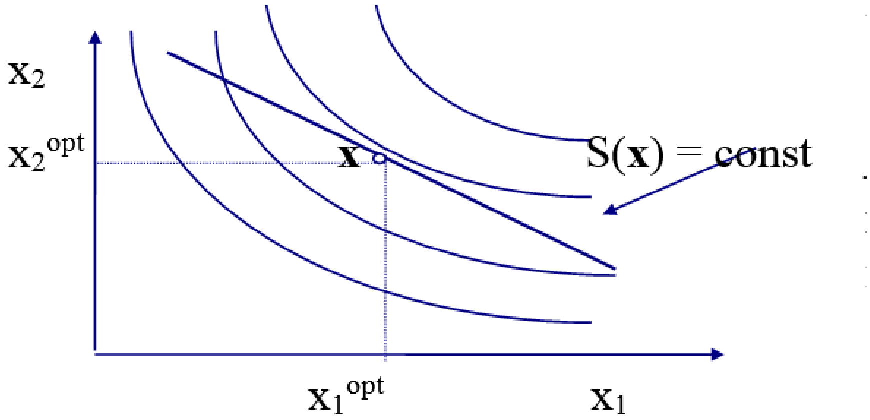

Рис. 7. Графическая модель задачи.

В одном из них они определяются с точностью до *монотонного преобразования* или, говоря иными словами, используются *порядковые системы функций*: если $x_1 \geq ... \geq x_n$, $q_1 \geq ... \geq q_n$, $Q(x_1) \geq ... \geq Q(x_n)$, то и ег$(Q(x_1)) \geq ... \geq$ ег $(Q(x_n))$.

Для дальнейшего исследования имеет смысл рассмотреть простую, но трудную для практической реализациии и, несомненно, яркую *экономическую задачу*.

Задача. Пусть имеем общество из двух социальных классов. Предположим, что в ходе анализа системы найдена или построена функция (Q). Определим через x_1 долю того дохода, что достанется одному из общественных классов, через x_2 - долю того дохода, что достанется другому общественному классу. Пусть совокупный доход общества будет равен 100%. Будем считать, что выполнено $x_1 + x_2 =$ 100% . Тогда, возникает проблема, как, зная ограничения в задаче, найти ее *оптимальное решение*.

Приведем такое решение для одного из возможных случаев.

Пример решения конкретной задачи. Допустим, что известны *функции полезности* для этих классов $Q_1(\mathbf{x}) = \sqrt{x_1}$, $Q_2(\mathbf{x}) = x_2$.

Путем введения одинаковых весов (с) можно *построить одну из глобальных функций благосостояния общества*:

$$Q(\mathbf{x}) = c\sqrt{x_1} + c\, x_2 = c\sqrt{x_1} + c(1 - x_1) = Q^*(x_1). \qquad (16)$$

Зная ограничение и *вид глобальной функции*, легко найти оптимальное решение рассматриваемой задачи.

Однако, принимая во внимание *монотонные преобразования функций*, получим:

$$Q'_1(\mathbf{x}) = \ln x_1,\ Q'_2(\mathbf{x}) = \ln x_2. \qquad (17)$$

В этом случае *глобальная функция* имеет вид:

$$Q'(\mathbf{x}) = c \ln x_1 + c \ln x_2 = c \ln (1 - x_2) + c \ln x_2 = Q'^*(x_2). \qquad (18)$$

С учетом имеющегося ограничения можно снова найти *оптимальное решение*. Очевидно, что *оптимальные решения двух задач* с разными критериями будут различаться.

Таким образом, *утверждение об оптимальности или экономической рациональности некоторого распределения дохода общества при известных функциях и весовых коэффициентах не является адекватным в порядковых шкалах*.

Поэтому *оптимальность или рациональность в смысле долевого распределения без четкого указания используемого критерия не являются вполне корректными* с логической точки зрения.

Полученные в ходе рассмотрения таких задач выводы справедливы и для аналогичной *оптимизационной модели благосостояния с тремя участниками*, каждый из которых имеет свою *собственную функцию благосостояния* и стремится к *получению определенной доли продукта общества*.

При построении *глобальной функции благосостояния системы понятие оптимального решения* будет меняться *по мере изменения самого критерия*. Последнее может происходить и при переходе к иной *шкале измерений*.

Примечание к примеру. Для *интервальных шкал* ситуация, в которой *оптимальное решение* остается одним и тем же, возможна. Т.е., чуть точнее, такое *оптимальное решение* является возможным для *целого семейства преобразованных по определенным правилам задач*.

Примечание наталкивает на актуальный и интересный вопрос: «*Каким образом находить такие интервальные шкалы, когда в распоряжении исследователя имеются только порядковые шкалы?*».

Рассмотрим следующий *конкретизирующий пример*:

Имеем упрощенную *модель поведения потребителя в рыночной экономике*, представленную *графической моделью*, которая приведена на ***Рис. 8***.

Если *система цен* не меняется, то $\mathbf{x}_{opт}$ зависит от S(**x**).

Обозначим через

$$S(\mathbf{x}) = \min_{p(y) \geq p(\mathbf{x})} py \,, \qquad (19)$$

а через $Q(\mathbf{x}_{opт}(S)) = v(S)$ обозначим *функцию полезности дохода потребителя*.

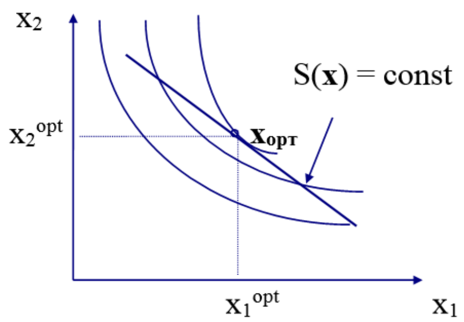

Рис. 8. Графическая модель задачи.

В этой модели предполагается, что *предельная полезность денег* (u_p) падает с ростом *доходов потребителя*, поскольку ее можно рассматривать в виде *полезности тех благ*, которые можно купить на доход S (***Рис. 9***).

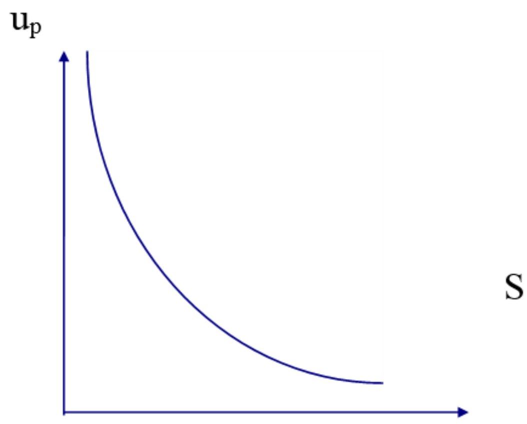

Рис. 9. Падение предельной полезности денег с ростом доходов потребителя.

Очевидно, что в *реальной экономике* последнее не всегда справедливо.

Функциональную зависимость *полезности дохода* v(S) от размеров самого *дохода потребителя* S можно представить графически посредством *любой монотонной функции* (***Рис. 10***).

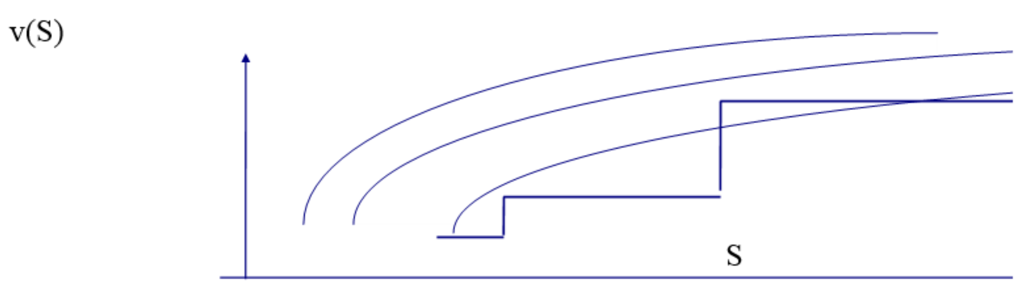

Рис. 10. Зависимость полезности дохода v(S) от самого дохода потребителя S.

Рассматривая различные *уровни доходов* S_1 и S_2, можно получить также следующую зависимость (***Рис. 11***):

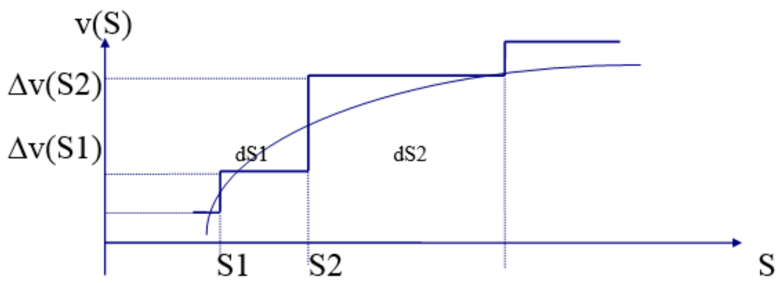

Рис. 11. Зависимость приростов полезности дохода v(S) от приростов самого дохода потребителя S.

Пусть

$$dS2 \geq dS1, \qquad (20)$$

тогда из

$$\Delta v(S2) = \Delta v(S1) \qquad (21)$$

следует

$$v'(S1) \times dS1 + o(dS1) = v'(S2) \times dS2 + o(dS2). \qquad (22)$$

Переходя к пределу, имеем:

$$v'(S2) = v'(S1) \times \lim_{dS2 \to 0} (dS1 / dS2). \qquad (23)$$

Если обозначать S2 через S, то выражение преобразуется к следующему виду:

$$v'(S) = v'(S1) \times \lim_{dS \to 0} (dS1 / dS), \qquad (24)$$

последнее имеет решение вида:

$$v(S) = v(S1) + v'(S1) \times \int_{S_1}^{S} q(s)ds. \qquad (25)$$

Если S1 = 0, то решение приобретает иную форму:

$$v(S) = v(0) + v'(0) \times \int_{S_1}^{S} q(s)ds. \qquad (26)$$

Пусть у интегральной функции имеются пределы, тогда возможно построение функции v(S).

В реальных условиях построение осуществляется на основе *социологических опросов* экономических объектов и отдельных людей.

Для конкретных расчетов очень часто используется *логарифмическая функция полезности дохода потребителя*.

В монографиях по *экономико-математическому моделированию*, подготовленных в ***ЦЭМИ РАН***, часто можно встретиться со следующей теоремой.

Теорема. *Интервальная функция полезности имеет вид u(x) = v(S(x)), если известны v и S.*

Однако даже в таких определенных условиях остается не вполне разрешенным ряд проблемных вопросов:

* *Каким образом от индивидуальных функций переходить к групповым функциям, а от групповых к интервальным?*

* *Обладает ли общественная система единым критерием оптимальности?*

Последний вопрос не имеет до сих пор подходящего ответа.

Общие подходы к анализу положения равновесия в экономике. Допустим, что исследователя интересует *определенная ситуация на рынках*. В экономике имеется *K участников*. Каждый из них потребляет определенное *количество продукции* ($\boldsymbol{x}_к$). Кроме того, каждый из них обладает определенной *функцией полезности* $U_к(\boldsymbol{x}_к)$. *Совокупный набор ресурсов* ($\boldsymbol{y}$) или *набор произведенных ресурсов*, поставленных на рынок, строго определен. Помимо этого, он принадлежит определенному множеству или совокупности множеств. Будем считать, что $\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}^n$.

В этих условиях и *при предположении наличия составного критерия* для единой функции полезности *задача оптимального распределения набора произведенных ресурсов на рынке* приобретает следующий вид:

$$\Sigma\, \alpha_к U_к(\boldsymbol{x}_к) \to max \qquad (27)$$

$$\Sigma\, \boldsymbol{x}_к \leq \boldsymbol{y} \qquad (28)$$

$$\boldsymbol{x}_к \geq 0,\ k \in 1:K. \qquad (29)$$

При конкретных решениях такой задачи основная проблема состоит в том, что обычно не известны $\alpha_к$ *- взвешивающие коэффициенты для критериев* участников в рыночных отношениях. *Решение проблемы заключается в нахождении таких коэффициентов.*

Если эти коэффициенты окажутся больше нулевых значений, то решение задачи представляет собой ***Парето*** *оптимальное распределение. Условие неотрицательности коэффициентов при выполнении ограничений* удовлетворяет *условиям* или *принципу оптимальности* ***Парето***.

Для *точной формулировки проблемы* имеет смысл ввести ряд определений.

Определение 3. *Набор векторов* $\boldsymbol{x}_к^*$, *удовлетворяющий условию* $\Sigma\, \boldsymbol{x}_к \leq \boldsymbol{y}$, *называется Парето оптимальным, если не существует другого набора* $\boldsymbol{x}_к^+$, *для которого для любого k справедливо* $U_к(\boldsymbol{x}_к^+) \geq U_к(\boldsymbol{x}_к^*)$ *и при этом хотя бы для одного из уравнений имеет место строгое равенство.*

Для примера рассмотрим *рынок распределения совокупного продукта системы*. Будем считать, что *на этом рынке действуют два участника*. Первый участник предпочитает *инвестиции*, второй участник ориентируется на *потребление*.

Парето *оптимальное распределение* есть распределение, при котором у первого участника - *весь объем доступных инвестиций*, а у второго участника - вся *оставшаяся часть продукта системы* (или наоборот, у второго сосредоточены *все ресурсы потребления*, а у первого - *оставшаяся часть продукта системы для инвестиций*). Можно показать, что это есть *оптимальный вариант*. Графически оптимальное решение представлено на ***Рис. 12***.

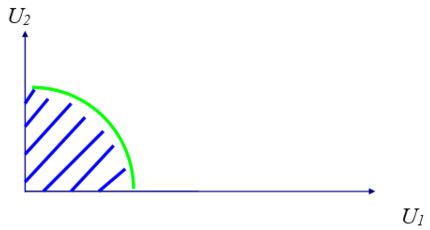

Рис. 12. *Пример выбора области* ***Парето*** *оптимального решения.*
U_1 - функция полезности для одного участника, U_2 - для другого. ***Парето*** *оптимальная область выделена зеленым цветом.*

Теперь рассмотрим несколько *иную ситуацию на рынке*. Предположим, что *рынок обладает некоторым наличным запасом из набора произведенных ресурсов*. Как и ранее, обозначим его через $\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}^n$. Через $\mathcal{Q}_к$ имеет смысл также определить некоторый *запас ресурсов у потребителя*, например, дающий *бюджетное ограничение для потребителя* с *целевой функцией* $U_к(\boldsymbol{x}_к) \to max$.

Для того, чтобы исследовать, что хочет приобрести отдельный совокупный потребитель при ценах $\boldsymbol{p}$ и в условиях *бюджетного ограничения*

$$\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{x}_к \le \mathcal{Q}_к\,, \tag{30}$$

$$\boldsymbol{x}_к \ge 0, \tag{31}$$

допустим, что некоторая торговая фирма проводит *анализ рынка посредством опросов и собирания заявок*.

Если на товары $\boldsymbol{x}_к$ цены $\boldsymbol{p}$ будут низкие, то установится неравенство

$$\Sigma\,\boldsymbol{x}_к \ge \boldsymbol{y}, \tag{32}$$

если цены будут высокие, то

$$\Sigma\,\boldsymbol{x}_к \le \boldsymbol{y}. \tag{33}$$

Определение 4. *Цены* $\boldsymbol{p}^*$ *называются равновесными, если им соответствует набор векторов* $\boldsymbol{x}^*_к$, *удовлетворяющий условию* $\Sigma\,\boldsymbol{x}^*_к = \boldsymbol{y}$.

Определение 5. *Набор векторов, состоящий из вектора цен* $\boldsymbol{p}^*$ *и набора векторов* $\boldsymbol{x}^*_к$, *называется равновесным, если при каждом к* $(к \in 1{:}K)$ $\boldsymbol{x}^*_к$ *является решением задачи к потребителя и при этом выполняется условие* $\Sigma\,\boldsymbol{x}^*_к \le \boldsymbol{y}$.

В результате *определения равновесных распределений по отдельным совокупным потребителям* находится такое *суммарное распределение*, которое *оптимально по* ***Парето***, то есть выявляется ситуация, в которой дальше улучшить благополучие одного потребителя не является возможным, не ухудшив благополучие другого потребителя.

Очевидно, что найдутся такие коэффициенты $\propto^*_к$, что *целевая функция* в задаче

$$\Sigma \propto^*_к U_к(\boldsymbol{x}_к) \to max \tag{34}$$

$$\Sigma\,\boldsymbol{x}_к \le \boldsymbol{y} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{x}_к \ge 0,\ k \in 1{:}\,K \tag{36}$$

достигает максимума, а также $\boldsymbol{p}^*$, которые являются *двойственными оценками ограничений*.

Исходные взвешивающие коэффициенты ($\alpha_к$) рассматриваются как понятие, но - не вполне определенное. Поэтому довольно часто они задаются, как нечто априорное.

Если в качестве показателей и единиц полезности в *задаче распределения продукта экономической системы* берутся *располагаемые объемы* и *единицы инвестиций в сопоставлении с текущими потребительскими ценностями*, то *нормативный коэффициент* $E_н$ может рассматриваться в качестве *одного из оптимальных значений* $\alpha^*_к$. Существуют разнообразные формулы для определения $E_н$. В *проектных критериях* прошлых лет значения $E_н$ принимались на уровнях *0,1* и более.

Следует отметить, что *в реальных условиях* такой *коэффициент* не оставался постоянным во времени и *имел тенденцию к падению во времени*. Поэтому *долговременной системы расчетов* $E_н$ у теоретиков не имелось.

Для определения более *точных значений коэффициента* был необходим *учет проводимой политики цен*.

Важно отметить, что *идея оптимальности по* ***Парето*** и *идея распределения децентрализованным способом* были по теории взаимосвязаны между собой. Это означает, что *децентрализованное (рыночное) распределение* рассматривается как распределение, которое может приводить к ***Парето*** *оптимальному распределению*.

Если при более внимательном рассмотрении *проблемы распределения рыночных ресурсов* важное значение имеет *нахождение равновесных цен*, то для решения общей задачи необходимо также определить значение $\mathcal{Q}_к$ или *доходов потребителей*. Зная *доходы* $\mathcal{Q}_к$ и *функцию полезности* $U_к(\boldsymbol{x}_к)$, можно определить значение $\alpha^*_к$.

В подобных *теоретических моделях рыночных систем* обычно описывается не только *процесс распределения ресурсов на рынках*, но и само *производство*.

Рассмотрим соответствующий для данной постановки проблемы *пример*. Пусть $Y_к$ есть *множество векторов выпуска продукции* или *товаров для некоторой производственной подсистемы*. Чтобы построить *модель подсистемы* необходимо, прежде всего, задать для нее цель.

В этом случае *модель для производственной подсистемы* выглядит так:

$$\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{y}_к \rightarrow max \quad (37)$$

$$\boldsymbol{y}_к \in Y_к . \quad (38)$$

Для включения *моделей подсистем* в *общую модель распределения на рынке* осуществляется расширение множества индексов $k \in 1: K+M$. Теперь индексы $k \in 1 : K$ обозначают *потребителей*, а индексы $k \in K+1: K+M$ используются для обозначения *производителей*. Вся остальная задача остается прежней, но к ней добавляются *условия на оптимальные векторы подсистем* и *дополнительное балансовое ограничение при оптимальном решении* типа:

$$\Sigma \boldsymbol{x}^*_к = \Sigma \boldsymbol{y}_к \,, \quad (39)$$

а в *определение равновесного набора векторов*, состоящего из *вектора цен* $\boldsymbol{p}^*$ и *набора векторов* $\boldsymbol{x}^*_к$, вносятся векторы $\boldsymbol{y}^*_к$, при соответствующих условиях.

Вспомним о вышеизложенной ситуации *поведения экономической системы* с двумя факторами. Для системы с *совокупным производителем* X1 и *совокупным потребителем* X2, с *оптимальным выпуском* U* = const *динамика поведения* отвечает указанным ранее уравнениям при соответствующих ограничениях.

В качестве совокупного производителя, например, может выступить промышленность, а совокупного потребителя - сфера услуг, дающая в развитых экономиках значительную часть ВВП.

* * *

ПРИЛОЖЕНИЕ

U* = const, темп = 0%.

По стоимости совокупный объем экспорта всей группы развитых рыночных стран в 1978 г. увеличился на **18,3%** против **11,2%** прироста в предшествовавшем году, но по физическому объему (с учетом роста цен на мировых рынках) экспорт в 1978 г. увеличился всего лишь на **4%**. Рост импорта оказался на уровне 1977 г. - **13,5%**, а по физическому объему составил всего **1,2%**. Что касается развивающихся стран, то из-за экономических трудностей и нехватки финансовых ресурсов, а также ограничения импорта сырья промышленно развитыми рыночными государствами темпы прироста физического объема их экспорта снизились до **2,3%**, а импорта - до **0,5%**.

Таблица 0.

Отношение внешних ресурсов к ВНП и накоплению (валовому внутреннему) развивающихся стран, %

Группы Стран	ВНП			Накопление		
	1967-1973гг.	1974-1978гг.	1990-2001гг.	1967-1973гг.	1974-1978 гг.	1990-2001гг.
Экспортеры нефти	**-4,2**	**-14,5**	0,1	-20,4	-52,5	4,2 - 17,3
Импортеры нефти	2,4	4,6	0,5-3,0	**12,4**	**19,2**	1,5 - 10,0
Все развивающиеся Страны	**1,4**	**0,5**	0,9-1,1	7,1	**2,0**	2,3 - 11,9

Источник: World Interdependence and Evolving Economic North-South Relationship. P., 1983, p.60.

Таблица 1.

Динамика прироста промышленного производства развитых рыночных стран (в % к предыдущему году: темп X1**)**

	1973г.	1974г.	1975г.	1976г.	1977г.	1978г.[1]	1990г.	2000г.	2001г.
Все промышленно развитые рыночные страны	9,2	0	-6,7	8,0	4,1	4,4	3,0	3,7	0,7
В том числе:									
США	8,4	-0,4	-8,9	10,2	5,6	5,8	1,7	4,2	0,3
Япония	15,5	-2,4	-10,5	11,0	4,1	6,3	5,3	2,4	-0,6
ФРГ	6,6	-1,8	-5,4	7,3	3,0	2,4	3,2	3,0	0,6
Франция	7,1	2,5	-6,1	8,8	1,6	3,3	2,6	3,8	1,8
Великобритания	8,7	-2,4	-4,7	3,0	3,9	3,7	0,8	3,0	2,2
Канада	8,8	4,1	-4,8	5,0	3,4	4,7	0,2	4,6	1,5
Италия	9,7	5,5	-9,2	11,6	0	1,9	2,0	2,9	1,8
Испания	15,7	9,3	-7,0	6,0	12,2	8,9	3,8	4,1	2,8
Австралия	9,3	5,9	-8,0	6,0	-1,9	2,0	-0,1	1,9	3,9
Нидерланды	7,2	3,4	-5,0	6,0	0,9	0,8	4,1	3,5	1,1

[1] По предварительным данным. 1990 г. , 2000 г. и 2001 г. (прирост ВВП) - The Little Data Book 2003.

Таблица 2.

Валовой внутренний продукт основных капиталистических стран
(в ценах 1970 г., млрд. долл.: показатель Х2**)**

	1973г.	1974г.	1975г.	1976г.	1977г.	1978г.[1]	1990г.	2000 г.	2001 г.
Все промышленно развитые рыночные страны	2415	2423	2409	2534	2629	2726	17667	25333	24887
В том числе:									
США	1126	1111	1100	1164	1222	1271	5751	9810	10065
Япония	254	251	257	274	289	305	3052	4765	4141
ФРГ	209	210	205	215	221	229	1689	1866	1846
Франция	166	171	171	179	184	100	1216	1305	1310
Великобритания	136	134	132	137	139	143	990	1430	1424
Канада	101	107	105	111	114	118	574	707	694
Италия	103	108	104	110	112	114	1102	1073	1089
Испания	46	48	48	49	50	52	510	561	582
Австралия	40	41	42	44	45	47	310	388	369
Нидерланды	36	38	38	39	40	42	294	370	380

[1] По предварительным данным. 1990 г. , 2000 г. и 2001 г. - The Little Data Book 2003.

Источник: Справочник …/ Под общ. ред. ***В.В. Загладина*** и ***В.В. Кортунова***; сост. ***Н.К. Головко***. - М.: Политиздат, 1979. - 240 с.

Допустим, что ВВП страны измерен в долл., а также - в *энергетической ценности* через *нефтяной эквивалент* (в усл. т). Пусть цена нефти выросла в три раза в долл., тогда относительно *нефтяного эквивалента* ВВП рискует упасть до почти трех раз, но ВВП в долл. может существенно вырасти (даже в разы). Страна в итоге имеет шансы выйти на новый *уровень развития* по *шкале доходов*. Налицо две противоположные *тенденции оценивания динамики*: 1) занижения ВВП; 2) завышения ВВП.

БУХГАЛТЕРСКИЙ БАЛАНС: ЕГО СТРУКТУРА И НАЗНАЧЕНИЕ НА ПРИМЕРЕ ПАО «НОВОРОССИЙСКИЙ КОМБИНАТ ХЛЕБОПРОДУКТОВ»

Еремина Н.В.
старший преподаватель
кубанского государственного аграрного университета имени И.Т. Трубилина,
Медведев В.Ю.
студент 3 курса учетно-финансового факультета
Мельников В.А.
студент 3 курса учетно-финансового факультета

BALANCE SHEET: IT’S STRUCTURE AND APPOINTMENT ON THE EXAMPLE OF THE PJSC «NOVOROSSIYSK COMBINE OF BREAD PRODUCTS»

Eremina N.V.
Senior Lecturer
Kuban State Agrarian University named after IT Trubilin,
Medvedev V.Y.
3-year student of accounting financial faculty
Melnikov V.A.
3-year student of accounting financial faculty

Аннотация

В статье раскрыто понятие бухгалтерского баланса, его структура и назначение, обозначены основные элементы. Также в работе рассмотрены разделы бухгалтерского баланса на примере ПАО «Новороссийский комбинат хлебопродуктов».

Abstract

The article discloses the concept of the balance sheet, its structure and purpose, and outlines the main elements. Also in the work sections of the balance sheet are considered on the example of PJSC "Novorossiysk combine of bread products".

Ключевые слова: баланс, структура, актив, пассив, капитал.

Keywords: balance sheet, structure, assets, liability, capital