

К ПРОБЛЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА

Миронов В. В., Смирнов А. В.

В работе рассматриваются наиболее распространенные подходы к построению имитационных моделей: дискретно-событийное моделирование, агентное моделирование, системная динамика. Указанные подходы различаются по степени абстракции представления объекта исследования и зависят от используемого модельного времени (непрерывные и дискретные). Модели могут быть использованы для поддержки принятия решений на различных уровнях регионального управления. Декомпозиция модели по отдельным районам и экономическим агентам позволяет применять ее также в задачах управления муниципального и районного уровня.

In work approaches to creation of imitating models are considered the most extended: discrete event-driven modeling, agentny modeling, system dynamics. The specified approaches differ on degree of abstraction of representation of object of research and depend on used modeling time (continuous and discrete). Models can be used for decision-making support at various levels of regional government. Model decomposition on separate areas and economic agents allows to apply it also in problems of management of municipal and regional level.

Ключевые слова: дискретно-событийное моделирование, агентное моделирование, системная динамика, задачи управления регионом, муниципалитетом, районом, поддержка принятия решений.

Keywords: discrete modeling, agentny modeling, system dynamics, problems of management of the region, municipality, area, decision-making support.

В современных условиях постоянно возрастающая сложность социально-экономических систем вызывает трудность в управлении. Это обусловлено наличием непредсказуемых обратных связей, большим числом параметров, случайными факторами, а также ограниченностью во времени. Такие системы называют слабоструктурированными. Требуется детальное изучение их структуры и прогнозирование возможных последствий принятия решений.

Одним из наиболее эффективных подходов к построению систем поддержки принятия решений является имитационное моделирование. Имитационная модель в результате многократных прогонов прогнозирует различные варианты развития исследуемых систем. На основе полученных данных вырабатываются рекомендации, необходимые лицам, принимающим решения. Преимуществом этого подхода является возможность моделирования во времени объектов, реальные эксперименты с которыми невозможны. К ним относятся и социально-экономические системы регионов.

В имитационном моделировании выделяют несколько наиболее распространенных подходов к построению моделей:

- дискретно-событийное моделирование;
- агентное моделирование;
- системная динамика.

Подходы различаются по степени абстракции представления объекта исследования и зависят от используемого модельного времени (непрерывные и дискретные).

Дискретно-событийное моделирование – построение и исследование имитационной модели, отражающей последовательные изменения состояния системы в определенные (дискретные) моменты времени [1]. Система может меняться только в исчислимое количество моментов времени. В такие моменты происходят события, которые могут изменить состояние системы.

Дискретно-событийные модели основаны на моделировании случайных событий, величин и процессов. Для этого используются генераторы последовательностей псевдослучайных чисел. От качества генератора во многом зависит эффективность модели. Необходимо добиться наибольшей независимости чисел последовательности друг от друга и отсутствия цикличности (в рамках требуемого объема последовательности). Обычно используются генераторы, моделирующие случайную величину с равномерным распределением. Имеются методы преобразования этих результатов для получения произвольно распределенной случайной величины.

Противоположностью дискретно-событийным являются непрерывные модели. Непрерывное моделирование – моделирование, при котором модельное время может принимать любое значение в заданном промежутке. Непрерывные модели, для которых возможно построение математической модели, используются в виде совокупности алгебраических дифференциальных уравнений. Непрерывные имитационные модели обычно реализуются средствами системной динамики.

Системная динамика – метод имитационного моделирования, основанный на представлении системы на высоком уровне абстракции как совокупности потоков и накопителей. В этой парадигме моделирования для исследуемой системы строятся графические диаграммы причинных связей и влияний одних параметров на другие во времени, а затем созданная на основе этих диаграмм модель имитируется на компьютере. Такой вид моделирования более всех других парадигм помогает понять суть причинно-следственных связей между объектами и явлениями.

Основы системной динамики заложил профессор Слоановской школы бизнеса Массачусетского технологического института Джей Форрестер. Он исследовал влияние обратных связей на городские системы [2] (жилой фонд, предприятия, налоги, рынок рабочей силы) и на мировую динамику в целом [3]. Форрестер спрогнозировал развитие экономики, демографии и экологии планеты на весь XXI век. Его ученик, Джон Стерман, применил системо-динамический подход к изучению систем в бизнесе [4].

Математически модели системной динамики представляют собой системы дифференциальных уравнений, называемых уравнениями состояния:

$X' = f(X, U, t)$, где:

· $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ – вектор состояний;

· x_1, x_2, \dots, x_m – переменные состояния;

· $U = (u_1, u_2, \dots, u_p)^T$ – вектор входов;

· t – модельное время.

Связи между переменными состояния устанавливаются в виде функций правых частей уравнений состояния. Полученная модель может быть представлена графом, вершины которого соответствуют переменным модели, а дуги – функциональным связям между ними. В процессе численного решения уравнений определяются значения искомым показателей.

Суть третьего подхода – агентного моделирования – не связана с определенным типом модельного времени. Он применяется для исследования децентрализованных систем, представимых в виде совокупности объектов, обладающих определенными правилами поведения.

Агентное моделирование позволяет исследовать сложные системы, поведение которых определяется на низком уровне абстракции. Оно основано на исследовании взаимодействующих друг с другом агентов [5]. Каждый агент:

- обладает набором характеристик;
- имеет правила поведения и принятия решений;
- имеет цель, влияющую на его поведение;
- находится в определенной среде и взаимодействует в ней с другими агентами;
- может обладать способностью самообучения на основе собственного опыта.

Впервые агентный подход для моделирования социально-экономических систем применил американский экономист, лауреат Нобелевской премии Томас Шеллинг. Он исследовал расовую сегрегацию в американских городах и показал, что гетто могут образовываться в результате взаимодействия индивидуумов, а не целенаправленной политики властей [6].

Каждый подход имеет свои преимущества и недостатки, но наиболее эффективным является такой, который совмещает все виды имитационного моделирования в рамках единой модели. Часть системы описывается в терминах одного вида моделирования, а часть – в терминах другого.

При моделировании социально-экономических систем наиболее ценные методологии - агентная и системодинамическая. Это связано с различными подходами экономической теории. Наибольшее развитие получила неоклассическая экономическая школа, которая исследует экономику с помощью предельных величин. Такие модели представимы в виде систем дифференциальных уравнений и, следовательно, соответствуют методологии системной динамики.

Другой подход к изучению экономики – поведенческая экономика. Он исходит из положения ограниченной рациональности, заключающегося в том, что экономический субъект не всегда соблюдает максимально рациональный вариант поведения, а останавливается на одном из относительно приемлемых. Тогда поведение этого субъекта можно описать алгоритмически. Для моделирования таких процессов используется агентная методология.

Таким образом, созданная на основе совмещения различных подходов модель будет использовать системную динамику на высоком уровне абстракции (для описания поведения макросистем), агентное моделирование – на низком (для описания поведения отдельных экономических агентов).

Благодаря этому можно добиться более точного отражения социально-экономической динамики региона.

Большое число компьютерных моделей российской экономики было создано отделом "Математическое моделирование экономических систем" Вычислительного центра им. А.А. Дородницына РАН под руководством члена-корреспондента РАН И.Г. Поспелова. Эти модели основаны на агентном подходе. В качестве агентов выступают: фирмы, банки, население, собственники, государство, центральный банк и др.

«С помощью моделей удалось понять внутреннюю логику развития экономических процессов, скрывшуюся за видимой, часто казалось бы парадоксальной, картиной экономических явлений, которая не укладывалась в известные теоретические схемы. Опыт применения моделей показал, что они служат надежным инструментом анализа макроэкономических закономерностей, а также прогноза последствий макроэкономических решений при условии сохранения сложившихся отношений. Можно сказать, получилась целая «летопись» российских экономических реформ, выраженная языком математических моделей» [7].

Одна из моделей (модель экономики России, учитывающая теневой оборот) построена на основе модели межвременного равновесия с капиталом, модифицированном варианте модели Эрроу-Дебре. Согласно модели, названной в честь нобелевских лауреатов Кеннета Джозефа Эрроу и Жерара Дебре, экономика функционирует конечное множество дискретных моментов времени. В ней действуют конечное множество производителей и потребителей, распределяющих конечное множество продуктов. Каждый производитель в каждый период времени приобретает и продает продукты, преобразуя одни продукты в другие. Каждый потребитель приобретает и потребляет некоторый набор продуктов. Вектора производства и потребления составляют траекторию развития экономики.

Модель межвременного равновесия с капиталом, помимо этого, включает в себя собственников производителей, которые стремятся максимизировать прибыль от дивидендов, и банки, выдающие кредиты производителям и принимающие вклады потребителей. Исходя из предположения о рациональном поведении экономических агентов была смоделирована динамика развития этой системы.

В.А. Колемаев предлагает моделировать экономику как систему трех взаимодействующих секторов:

1. Материальный сектор – предметы труда.
2. Фондосоздающий сектор – средства труда.
3. Потребительский сектор – предметы потребления.

При этом за каждым сектором закреплены основные производственные фонды, а трудовые ресурсы и инвестиции могут свободно перемещаться между секторами [8].

Модели экономического потенциала трудовых ресурсов и демографической ситуации региона рассмотрены в монографии В.А. Путилова и А.В. Горохова [9]. В качестве основного средства моделирования авторы выбрали системодинамический подход. Совокупность диаграмм системной динамики образует модель экономики и социальной сферы региона.

Системодинамические диаграммы многих региональных систем, а именно ресурсного потенциала, здравоохранения, жилищно-коммунальной сферы и многих других, были получены в Государственном университете управления Н.Н. Лычкиной [10].

Прежде чем приступить к описанию модели, выделим некоторые особенности социально-экономических систем регионов Российского Севера:

- ограниченные возможности бюджетной и законодательной политики (региональные законодательные акты не могут противоречить федеральным);
- низкая изолированность системы (сильные связи с другими регионами, отсутствие между ними таможенных барьеров);
- значительное влияние сырьевых ресурсов на экономику (для большинства регионов);
- тяжелые условия ведения сельского хозяйства;
- сложные транспортные условия;
- депрессивные тенденции в некоторых районах (соответствующих моногородам и слабо развитым территориям).

Проектируемая модель предназначена для краткосрочного и среднесрочного прогнозирования социально-экономической динамики региона и входящих в него районов, а также сравнения эффективности различных экономических стратегий. Модель должна помочь ответить на один из основных вопросов государственного регулирования регионального развития [11] «Какими должны быть методы стимулирования экономического развития моделируемого региона?»

Архитектурно модель состоит из трех уровней в порядке увеличения степени абстракции: экономический агент, район, регион.

Экономические агенты (ЭА) могут относиться как к конкретному району, так и ко всему региону (агенты, отвечающие за функции государства). Некоторые виды взаимодействия могут происходить в рамках одного района, а некоторые - между агентами из различных районов.

Агенты могут включать системодинамические диаграммы, алгоритмические правила поведения, переменные, диаграммы состояния. Начальное количество агентов каждого вида определяется из статистических данных и может изменяться в процессе выполнения эксперимента. Для вычисления скорости изменения населения и предприятий в среднесрочной перспективе достаточно уравнений регрессии.

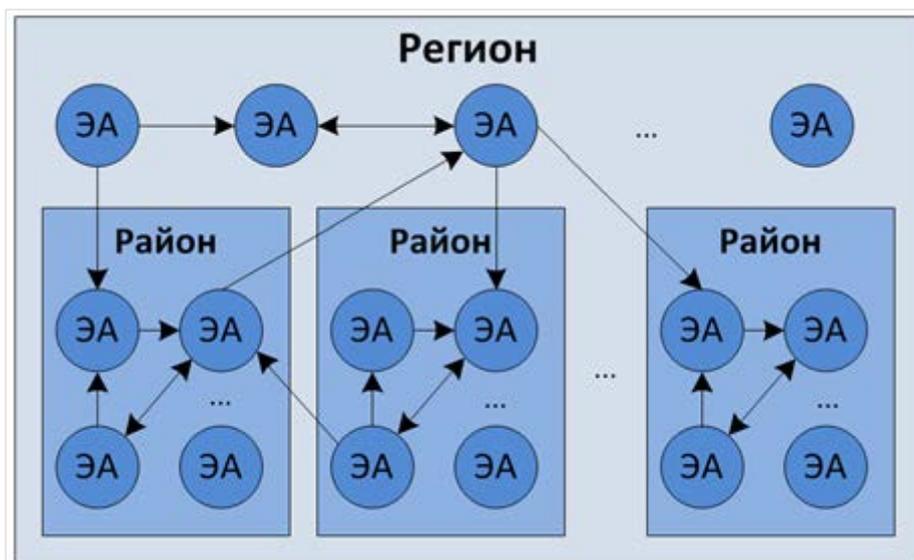


Рис. 1. Архитектура модели

Экономическая модель основана на модели равновесия с капиталом рыночной экономики. Среди исследуемых агентов: Человек, Предприятие, Банк, Собственник, Район, а также индивидуальный агент Государство.

Модель имеет некоторые допущения, не оказывающие значительного влияния на результат в связи с большим числом агентов:

- каждый производитель может производить продукт только одного вида;

- каждый потребитель одновременно покупает продукт только у одного производителя;
- банки оказывают кредитные услуги только предприятиям.

В целях адаптации модели к различным аппаратным средствам моделирования, необходимо использование коэффициента $K \geq 1$, определяющего отношения между реальным числом экономических агентов в регионе и количеством агентов, реализуемых в модели. Этот коэффициент отражает компромисс между погрешностью вычислений эксперимента и скоростью выполнения модели. Он применим только к агентам, количество которых относительно велико: Человек и Предприятие. Для получения правдоподобного представления о функционировании системы значения некоторых агрегированных показателей необходимо умножить на K .

Начальные значения всех показателей определяются из эмпирических распределений, построенных на основе статистических данных.

Таблица 1

Число агентов для республики Коми

Агент	Начальное число	Обозначение
Человек	901600/ K	p
Предприятие	21350/ K	e
Банк	36	b
Район	20	r
Государство	1	g

Рассмотрим назначение содержащихся в модели агентов и взаимосвязи между ними. Экономический агент Человек исполняет роль потребителя конечной продукции. Он стремится максимизировать доходы и потребление и минимизировать затраты. В качестве источников доходов выступают зарплата, получаемая от работодателя (агент Предприятие), а также пенсии и субсидии от государства (агент Государство). Важнейшей интегральной характеристикой агента является уровень жизни. Увеличение уровня жизни населения – важнейшая цель региональной политики государства.

Предприятие исполняет роль производителя продукции. Этот агент вместе с потребителем образует в модели рыночный цикл производства, обмена и потребления. Цель предприятия состоит в увеличении прибыли и снижении затрат. Затраты складываются из заработной платы сотрудникам (агент Человек), стоимости ресурсов, капитальных вложений и налогов. Прибыль поступает в результате продажи продукции другим экономическим субъектам.

Банк обеспечивает некоторые неотъемлемые для современной рыночной экономики механизмы, а именно: кредитование предприятий и вклады населения. Помимо этого, банки осуществляют ведение расчетных счетов предприятий и выплату дивидендов собственникам. Цель банка состоит в увеличении притока средств и сохранении резервов на стабильном уровне.

Частным случаем агента Человек является агент Собственник. Он наследует все характеристики Человека, но обладает также другими, связанными с получением дивидендов от предприятия или банка, владельцем которого он является. Имеется конфликт интересов между предприятиями и владельцами, связанный с распределением выручки между инвестициями в капитал и распределением дивидендов.

Район помимо того, что он содержит в себе другие объекты, также обладает некоторыми характеристиками. Район обеспечивает для агентов роль внешней среды. На уровне района вычисляется фактор - Рейтинг района, который является важнейшей составной частью уровня жизни, проживающего в районе населения. Рейтинг региона включает экологические, социальные, экономические показатели. Для построения рейтинга региона выбран метод когнитивного моделирования [12].

Государство в модели выполняет функции федеральной и региональной государственной власти. Он обеспечивает сбор налогов, распределяет их между федеральным центром и районами, субсидирует население и предприятия, регулирует торговлю и налоговые ставки. Государство является индивидуальным агентом. Оно присутствует в модели в единственном числе.

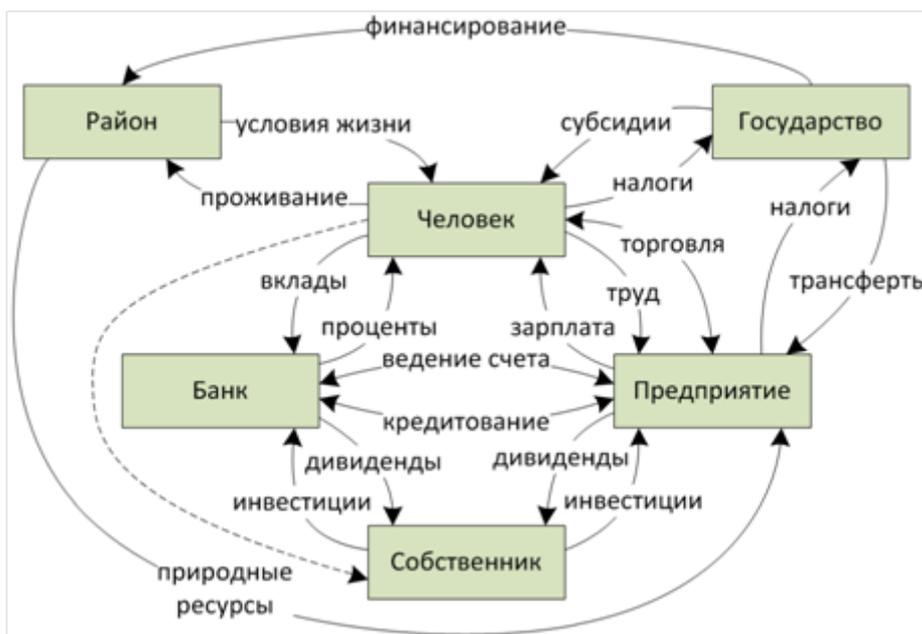


Рис. 2. Взаимодействие между агентами

Доходы человека I_p складываются из заработной платы W_p , пенсии E_p , субсидий государства S_p и процентов по депозитам R_p за вычетом налога на доходы по ставке ti :

$$\frac{d}{dt} I_p(t) = (1 - ti)W_p(t) + E_p(t) + S_p(t) + R_p(t);$$

Расходы человека C_p зависят от доходов и текущего коэффициента потребления $kC_p \leq 1$.

Наличность A_p человека увеличивается на величину доходов и уменьшается на величину расходов.

$$\frac{d}{dt} C_p(t) = kC_p(t)I_p(t);$$

$$\frac{d}{dt} A_p(t) = I_p(t) - C_p(t);$$

Часть денег идет на потребительские расходы U_p , а часть - на банковские депозиты D_p , которые со временем возвращаются вместе с процентами. Долю денег, распределяемых на вклады, определяет коэффициент сбережения $kS_p \leq 1$.

$$\frac{d}{dt} D_p(t) = kS_p(t)C_p(t);$$

$$\frac{d}{dt} U_p(t) = (1 - kS_p(t))C_p(t);$$

Из потребительских расходов оплачивается покупка продукта в количестве P_p по цене C_s , определяемой производителем. Купленный продукт пополняет запас Q_p , расходуемый на потребление V_p .

$$\frac{d}{dt} P_p(t) = \frac{U_p(t)}{C_s(t)};$$

$$\frac{d}{dt} Q_p(t) = P_p(t) - V_p(t);$$

Для определения уровня жизни L_p , модель также содержит следующие показатели числа автомобилей N_p , качества hQ_p и площади жилья hA_p . Человек может принять решение о покупке автомобиля или улучшении жилищных условий при наличии необходимых средств в виде депозитов и наличных денег. Уровень жизни человека включает также и оценку качества жизни Q_r в районе проживания, содержащую экологическую и социальные составляющие.

$$L_p = I_p + hQ_p hA_p + N_p + Q_r;$$

Коэффициент уровня жизни необходимо ранжировать для разделения населения на группы с высоким, средним и низким качеством жизни. Для оценки доходов может использоваться стоимость потребительской корзины, а оценка района может быть нормирована по максимальному значению в регионе.

Если человек является одним из собственников предприятия или банка, он получает дивиденды от деятельности соответствующего учреждения и имеет возможность влиять на принятие решений. Помимо этого, он уплачивает налог с полученных дивидендов.

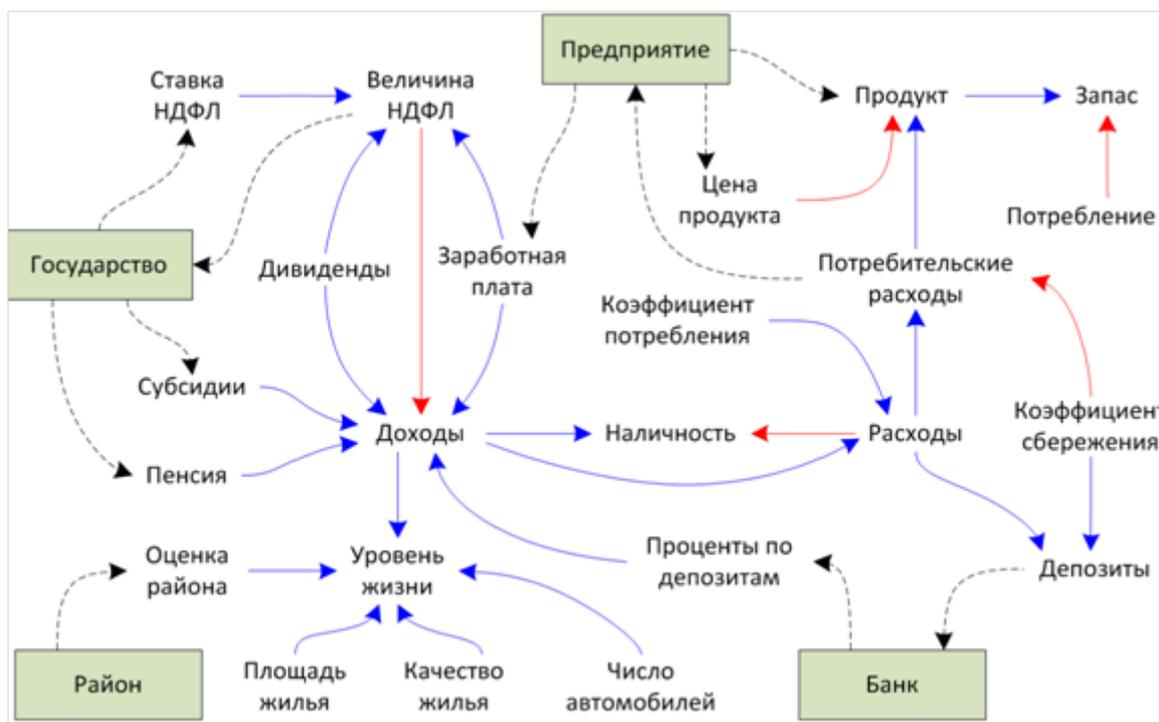


Рис. 3. Концептуальная схема агента Человек

Центральным показателем предприятия является количество средств на расчетном счете. Расчетный счет A_{ε} обслуживается банком и собирает в себе все доходы I_{ε} (выручка V_{ε} , кредит K_{ε}) и расходы C_{ε} (налоговые T_{ε} и процентные платежи R_{ε} , инвестиционные расходы N_{ε} , дивиденды D_{ε} , фонд заработной платы W_{ε}) предприятия.

$$\frac{d}{dt} I_{\varepsilon}(t) = V_{\varepsilon}(t) + K_{\varepsilon}(t);$$

$$\frac{d}{dt} C_{\varepsilon}(t) = T_{\varepsilon}(t) + R_{\varepsilon}(t) + N_{\varepsilon}(t) + D_{\varepsilon}(t) + W_{\varepsilon}(t);$$

$$\frac{d}{dt} A_{\varepsilon}(t) = I_{\varepsilon}(t) - C_{\varepsilon}(t);$$

Выручка определяется из цены C_{ε} и количества U_{ε} проданного продукта:

$$\frac{d}{dt} P_p(t) = C_{\varepsilon}(t)U_{\varepsilon}(t);$$

Взятие кредита увеличивает задолженность B_ε . Процентные платежи по кредиту исчисляются из величины задолженности и нормы процента r_k .

$$\frac{d}{dt} B_\varepsilon(t) = K_\varepsilon(t);$$

$$\frac{d}{dt} R_\varepsilon(t) = r_k(t) B_\varepsilon(t);$$

Стоимость основных фондов F_ε компании увеличивается на значение инвестиционных расходов и уменьшается в процессе амортизации M_ε :

$$\frac{d}{dt} F_\varepsilon(t) = N_\varepsilon(t) - M_\varepsilon(t);$$

Предприятие уплачивает налоги: налог на прибыль Tp_ε по ставке tp , НДС Tv_ε по ставке tv и страховые взносы Ts_ε по ставке ts .

$$Tp_\varepsilon(t) = tp \left((1 - tv)(V_\varepsilon(t) - R_\varepsilon(t) - M_\varepsilon(t)) - (1 + ts) W_\varepsilon(t) \right);$$

$$Tv_\varepsilon(t) = tv(V_\varepsilon(t) - R_\varepsilon(t) - M_\varepsilon(t));$$

$$Ts_\varepsilon(t) = ts W_\varepsilon(t);$$

$$T_\varepsilon(t) = Tp_\varepsilon(t) + Tv_\varepsilon(t) + Ts_\varepsilon(t);$$

Курс капитала предприятия L_ε устанавливает долю доступных средств O_ε , распределяемых для выплаты дивидендов собственникам. Его увеличение снижает инвестиционные расходы.

$$\frac{d}{dt} D_\varepsilon(t) = L_\varepsilon(t) O_\varepsilon(t);$$

$$\frac{d}{dt} N_\varepsilon(t) = (1 - L_\varepsilon(t)) O_\varepsilon(t);$$

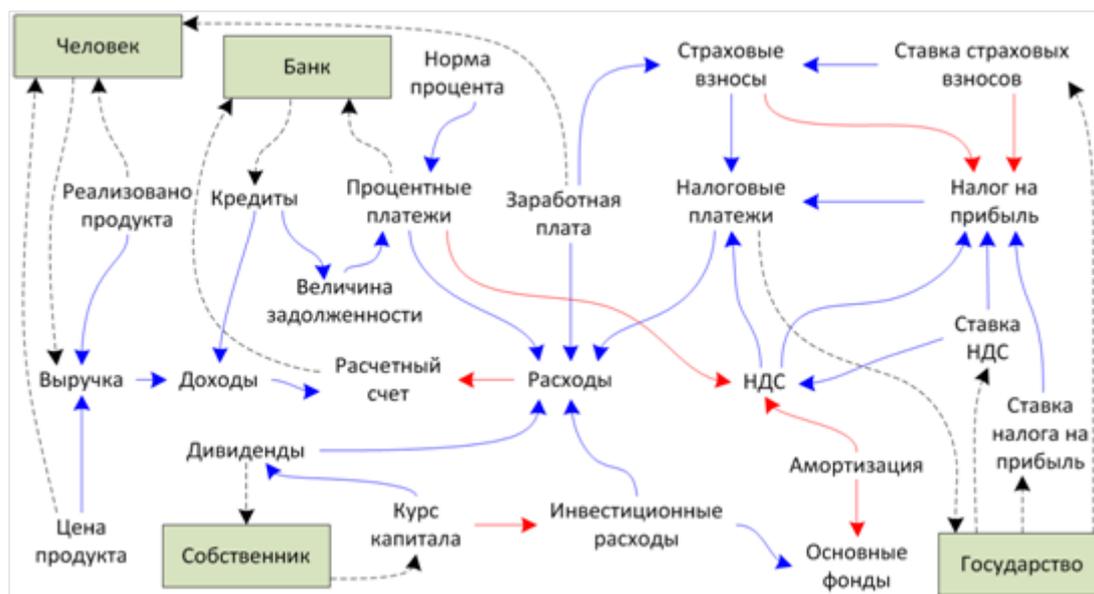


Рис. 4. Концептуальная схема агента Предприятие

Банк выдает предприятиям кредиты по процентной ставке r_k . Общий объем кредитов, подлежащих возврату, составляет K_b . Разность новых кредитов и погашений старых назовем нетто-кредитами N_b . Поток процентных платежей по кредитам, уплачиваемых предприятиями, обозначим pK_b .

$$\frac{d}{dt} K_b(t) = N_b(t);$$

$$pK_b(t) = r_k(t)K_b(t);$$

Аналогично, банк планирует привлечь депозиты у населения в размере R_b под процент r_r . Чистый приток вкладов C_b влияет на поток депозитов. Депозиты и процентные платежи банков pR_b выразим следующими выражениями:

$$\frac{d}{dt} R_b(t) = C_b(t);$$

$$pR_b(t) = r_r(t)R_b(t);$$

Помимо этого, банк занимается безналичными расчетами. Он обслуживает расчетные счета предприятий. В результате этих операций суммарный остаток расчетных счетов образует сальдо операций инкассации S_b . Банк уплачивает налог на прибыль Tp_b по ставке tp и налог на добавленную стоимость Tv_b по ставке tv :

$$Tp_b(t) = tp(pK_b - pR_b);$$

$$Tv_b(t) = tv(pK_b - pR_b);$$

$$T_b(t) = Tp_b(t) + Tv_b(t);$$

Как и в случае с предприятием, дивиденды D_b собственникам выплачиваются в соответствии с курсом капитала банка, изменяемым со временем. Изменение резервов банка A_b (которые не могут быть ниже заранее установленной суммы) определяется следующим балансовым уравнением:

$$\frac{d}{dt}A_b(t) = C_b(t) - pR_b(t) - N_b(t) + pK_b(t) + S_b(t) - D_b(t) - T_b(t);$$

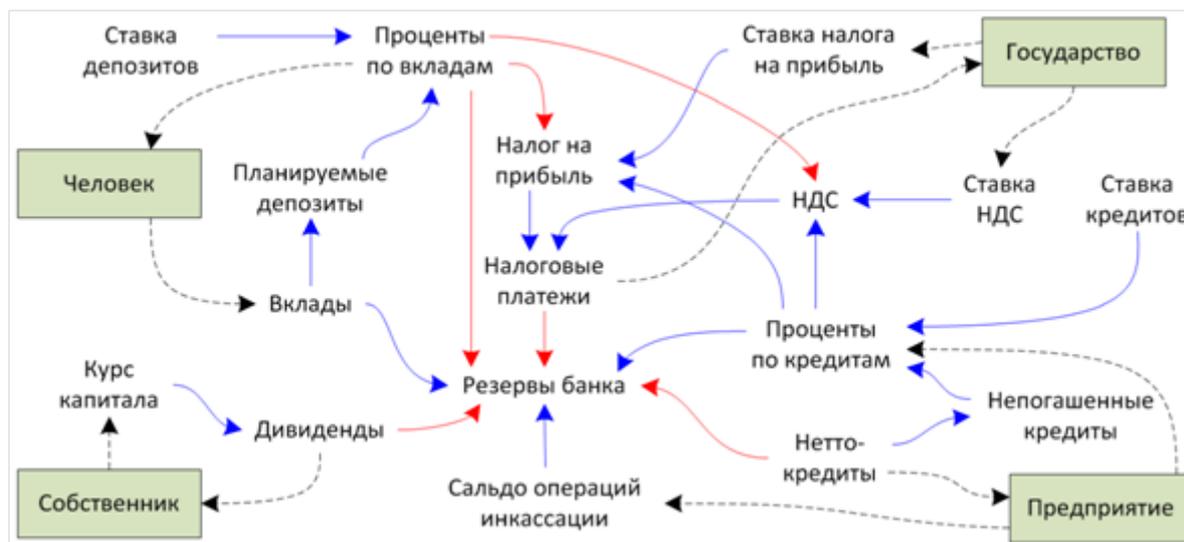


Рис. 5. Концептуальная схема агента Банк

Агент Район представляет собой когнитивную модель основных социально-экономических показателей соответствующей территории. Модель основана на агрегировании статистических показателей следующих сфер:

- инфраструктура;
- образование;
- здравоохранение;
- занятость;
- преступность;
- природный потенциал и экология;
- социальная поддержка населения.

Значение рейтинга по каждой из сфер нормируется по наиболее благополучному району и в результате суммирования отражает комфортность проживания людей, их безопасность и социальные возможности.

Созданная с помощью представленной методологии модель может спрогнозировать развитие социально-экономической системы в различных условиях, определить наиболее предпочтительную стратегию управления. Возможно проведение экспериментов по определению оптимальных значений некоторых показателей, максимизирующих целевую функцию.

Модель может быть использована для поддержки принятия решений на различных уровнях регионального управления. Декомпозиция модели по отдельным районам и экономическим агентам позволяет применять ее также в задачах управления муниципального и районного уровня.

Список литературы:

1. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. Классика CS. 3-е изд. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа BHV, 2004. - 847 с.
2. Форрестер Дж. Динамика развития города. – М.: Прогресс, 1974.
3. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: Наука, 1978.
4. Sterman, John. Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world. The McGraw-Hill Companies, 1008 с.
5. Каталевский. Д. Ю. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении., М. : Издательство МГУ. 2011. - 312 с.

6. Schelling T. Micromotives and Macrobehavior. New York: W.W. Norton and Company, 1978.
7. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А. Технология моделирования экономики и модель современной экономики России. - М.: МИФИ, 2007, 262с.
8. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 295 с.
9. Путилов В.А., Горохов А.В. Системная динамика регионального развития. Монография. Мурманск: НИЦ «Пазори», 2002. 306 с.
10. Лычкина Н.Н. Компьютерное моделирование социально-экономического развития регионов в системах поддержки принятия решений, // Материалы III Международной конференции SICPRO`04 - М.: ИПУ РАН, 2005.
11. Витязева В.А., Котырло Е.С. Социально-экономическое развитие Российского и зарубежного Севера / учеб. пособие. - Сыктывкар: изд-во. СыктГУ, 2007. - 292 с.
12. Лавреш И.И., Миронов В.В., Смирнов А.В. Когнитивное моделирование социально-экономических рейтингов регионов // Вестник ИТАРК. - 2011 №1. - С. 24-32.

References:

1. Kelton W., Lowe A. Simulation. Classic CS. 3rd ed. - St.: Peter, Kiev: Publishing Group BHV, 2004. - 847с.
2. Forrester, J. The dynamics of the city. - Moscow: Progress Publishers, 1974.
3. Forrester J. World Dynamics. - Moscow: Nauka, 1978.
4. Sterman, John. Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world. The McGraw-Hill Companies, 1008 p.
5. Katalevsky. DY basics of simulation and analysis system to manage., Moscow, Moscow State University Press. 2011. - 312 p.
6. Schelling T. Micromotives and Macrobehavior. New York: W.W. Norton and Company, 1978.
7. M. Andreev, Pospelov IG Pospelov II, Khokhlov, MA Modeling technology and economic model of modern Russian economy. - Moscow Engineering Physics Institute, 2007, 262s.
8. Kolemaev VA Economic and mathematical modeling. Modeling of macroeconomic processes and systems. Moscow: UNITY-DANA, 2005. - 295 p.
9. Putilov VA, Gorokhov AV System dynamics of regional development. Monograph. Murmansk: SRC "Pazori", 2002. 306.
10. Lychkina NN Computer modeling of socio-economic development in decision support systems, //

Proceedings of the III International Conference SICPRO `04 - Moscow Institute of Control Sciences, 2005.

11. Vityazeva VA Kotyrlo ES Socio-economic development of the North and abroad / study. allowance. - Syktyvkar: Izd. Syktyvkar State University, 2007. - 292 p.

12. Lavresh II, Mironov VV, Smirnov AV Cognitive modeling of socio-economic ratings regions // Bulletin ITARK. - 2011 № 1. - S. 24-32.