

DOI: 10.12731/2218-7405-2015-9-31

УДК 334.788

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КЛАСТЕРА

Найденов Н.Д., Спирыгин И.В., Новокшонова Е.Н.

В статье приводится описание экономико-математических моделей кластерных образований: модель города на линии, модель сетевой конкуренции потребителей, одноагентная модель кластера, игровая многоагентная модель кластера, модель роста совокупной прибыли участников кластера, искусственные нейронные сети, балансовая модель кластера, модель стабильности кластера. В статье показано, что экономико-математическое моделирование кластерных процессов позволяет совершенствовать методики прогнозирования, планирования и оценки уровня кластеризации региона.

Цель. *Показать уровень разработки экономико-математических моделей кластеров как инструмента анализа интеграционных объединений в регионах.*

Метод или методология проведения работы. *Экономико-математическое моделирование, анализ, синтез, сравнение, статистические наблюдения.*

Результаты. *Выявлена высокая активность исследований в области экономико-математического моделирования кластерных образований. Показаны существенные характеристики кластерных образований с помощью экономико-математических моделей.*

Область применения результатов. *Экономическая политика регионов, страны, муниципальных образований.*

Ключевые слова: *Кластеры; экономико-математические модели кластера; экономико-математическая модель сетевой конкуренции потребителей; игровая многоагентная модель кластера; экономико-математическая модель стабильности кластера.*

ECONOMIC-MATHEMATICAL CLUSTER'S MODELS

Naydenov N.D., Spiriyagin I.V., Novokshonova E.N.

The article describes the economic and mathematical models of cluster formations:

a model city on the line, the model of network competition consumers one-agent cluster model, the multi-agent playing model of cluster growth, the model comprehensive income cluster members, the artificial neural networks, the balance cluster model, the stability of the cluster model. The article shows that the economic-mathematical modeling processes, clustering as the method allows to improve forecasting, planning and evaluation of the level of clustering in the region.

Purpose. *Show the level of development of economic and mathematical models as a tool for the analysis of clusters of integration associations in the regions.*

Methodology. *Economic-mathematical modeling, analysis, synthesis, comparison, statistical surveys.*

Results. *The high activity of research in the field of economic and mathematical modeling of cluster formations revealed. The essential characteristics of cluster formations using economic and mathematical models investigated.*

Practical implications. *The economic policy of the regions, countries and municipalities.*

Keywords: *Clusters; economic-mathematical model of a cluster; economic-mathematical model of network competition; a multi-agent consumers playing model of cluster; economic-mathematical model of cluster stability.*

В начале второго десятилетия XXI века в Российской Федерации стали активно формироваться кластерные структуры в экономике. Кластеризация отдельных секторов экономики стала инструментом развития территорий, экономического роста и инновационных центров. Поэтому актуальным является рассмотрение математических интерпретаций кластеров в экономике и разработка рекомендаций по расширению использования экономико-математических моделей кластеров в планировании социально-экономических процессов.

Традиционные подходы к решению задач экономического роста и инновационного развития путем формирования взаимосвязей в территориально-производственных комплексах, узлов, размещения производительных сил и производственных мощностей представляются в настоящее время упрощенными, так как не учитывают динамическую конкуренцию на рынке, конкурентный механизм экономического, в частности инновационного, развития. В кластерах предприятия не обременены друг перед другом формальными контрактами, но они активно реагируют на действия своих конкурентов. Кластер по своим свойствам есть предпринимательская сеть. В предпринимательских сетях есть формальные и неформальные обязательства, можно не принимать на себя обязательств перед конкурентами, но приходится активно реаги-

ровать на действия других участников кластера. Экономико-математическое моделирование кластеров дает возможность лучше понять содержание кластерной структуры экономики и улучшить стратегическое планирование экономики Российской Федерации в целом и ее регионов.

Под кластером мы будем понимать группу соседствующих компаний, действующих в определенном виде производства и определенных нишах рынка и основывающихся на использовании специфических конкурентных преимуществах. Кластерные образования предполагают доверие и сотрудничество во взаимодействии однородных компаний и перенаправляет диалог компаний с позиции, основанной на конфронтации, на позиции сотрудничества и совместных действий для повышения конкурентоспособности. Одновременно под кластерным подходом мы будем понимать определенную технологию государственного и муниципального регулирования экономических процессов, опирающуюся на группировку предприятий по признакам однородности продукции, выводу ее на национальные и международные рынки и продукто-вых, процессных и организационных инновациях.

Кластер следует отличать от промышленного комплекса и группы конкурирующих предприятий в одной и той же рыночной нише. Промышленный комплекс нацелен на полное использование природных и экономических ресурсов. Наоборот, участники кластера формируют взаимные отношения на основе потребительских преимуществ своей продукции. Участники группы предприятий одной и той же рыночной ниши имеют заинтересованность в нечестной конкуренции, но они же заинтересованы в специальном обмене знаниями, интеллектуализации производства, совместном выходе на национальные и мировые рынки. Конкурентные преимущества не так важны для промышленного комплекса как для участников кластера, поскольку для участников кластера принципиально важно развить рынки сбыта продукции, а для участников промышленного кластера принципиально важно повышать уровень использования имеющихся ресурсов.

Эффект кластерной группировки возникает в результате взаимного реагирования на внешние эффекты соседствующих предприятий. В конечном счете в кластерных образованиях снижаются различного рода транзакционные и производственные издержки вследствие обобщения практики работы с покупателями и обмена опытом в области специализации кластера, экономии на логистике, рисках и масштабах производства, плотности экономических субъектов; миграции знаний и циркулировании идей; создания технологических партнерств.

Математическое моделирование кластерных образований позволяет точнее прогнозировать и планировать их деятельность. Значительный вклад в разработку проблем математического

моделирования кластерного развития внесли С. Авдашева, П. Крюкова, А. Шаститко, С.В. Лобова, Е.В. Понькина, А.В. Боговец, Т.Ф. Шарипов, С.А. Терехова и др. [1].

Математическую интерпретацию кластерных структур мы находим в модели линейного города Хоттеллинга.

Модель пространственной дифференциации рынка на линии, или модель линейного города, была предложена впервые Г. Хоттеллингом в 1929 г.

Прообразом его модели линейного города стал провинциальный американский городок, лежащий на трансконтинентальной железной дороге, где едва ли не все магазины размещены вдоль дороги.

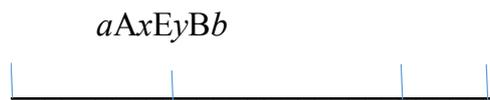


Рис. 1. Модель линейного города Хоттеллинга

A, B – Местоположения магазинов A, B.

a, x, y – расстояния между магазинами A, B.

x, y – конкурентное пространство.

Пусть p_1, p_2 , – цены магазинов A и B, q_1 и q_2 – соответствующие количества проданного товара.

Если $q_1 > 0$, то магазин A будет обслуживать левый сегмент рынка a и сегмент x справа, причем протяженность x с возрастанием $(p_1 - p_2)$ будет уменьшаться. Границей зон обслуживания рынка каждым из двух магазинов будет точка безразличия (E^*) покупателей. Местоположение точки E^* между покупателями с учетом транспортных расходов определяется равенством

$$p_1 + tx = p_2 + ty \quad (1)$$

Другая связь величин x и y определяется заданным тождеством

$$a + x + y + b = l \quad (2)$$

Подставляя значения y и x (поочередно) из (1) в (2) получим

$$x = \frac{1}{2}(l - a - b + \frac{p_2 - p_1}{t}), \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{2}(l - a - b + \frac{p_2 - p_1}{t}), \quad (4)$$

Тогда прибыли магазинов А и В будут

$$\pi_1 = p_1 q_1 = p_1(a+x) = \frac{1}{2}(\ell + a - b)p_1 - \frac{p_1^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t}$$

$$\pi_2 = p_2 q_2 = p_2(b+y) = \frac{1}{2}(\ell - a + b)p_2 - \frac{p_2^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t}$$

Каждый магазин устанавливает свою цену так, чтобы при существующем уровне цены в другом магазине его прибыль была максимальной. Дифференцируя функции прибыли по p_1 и x_1 и, соответственно, по p_2 и x_2 , далее приравнявая производные нулю, получим

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \frac{1}{2}(\ell + a - b) - \frac{p_1}{t} + \frac{p_2}{2t}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \frac{1}{2}(\ell - a + b) - \frac{p_2}{t} + \frac{p_1}{2t}$$

Откуда

$$p_1^* = t\left(\ell + \frac{b-a}{3}\right)$$

$$q_1^* = a + x = \frac{1}{2}\left(\ell + \frac{b-a}{3}\right)$$

$$q_2^* = b + y = \frac{1}{2}\left(\ell + \frac{b-a}{3}\right)$$

Условия

$$\partial^2 \pi_1 / \partial p_1^2 < 0 \quad \text{и}$$

$$\partial^2 \pi_2 / \partial p_2^2 < 0,$$

необходимые для максимизации прибыли, также выполняются.

Особую роль в модели линейного города Хотеллинга играют транспортные расходы, которые несут покупатели. Именно они наделяют пространственных конкурентов определенной монопольной властью в отношении ближайших потребителей и ослабляют их влияние на более отдаленных. При t , близком к 0, цены приближаются к предельным затратам, а линейный город аннигилируется в точку. Двигаясь по направлению к центру, каждый магазин присоединяет к своей клиентуре покупателей конкурента (принадлежащих к сегментам x и соответственно y), не теряя при этом своих покупателей на противоположных сегментах a и b . В равновесии оба продавца окажутся в центре, т.е. будут минимально пространственно дифференцированы.

Важным следствием модели линейного города Хотеллинга является так называемый принцип минимальной дифференциации продукта: покупатели сталкиваются с избытком разнообразия. Линейный рынок Хотеллинга ограничен, и на нем есть место лишь для двух продавцов. Если они расположились сначала в точках a и b , то у них появляется стимул к смещению в центр рынка (E). В кластере аналогично действует эффект минимальной дифференциации продукта, который толкает предприятия к сближению. Эффект минимальной дифференциации продукта противоположен эффекту избыточного разнообразия продукта в модели монополистической конкуренции [2].

Принцип минимальной дифференциации продукта действует и в кластерных формированиях. Эффект минимальной дифференциации состоит в том, что предприятия кластера стремятся допускать лишь небольшие отличия в продуктах с тем, чтобы привлечь к новому товару столь же много покупателей, сколько привлекал и старый товар или товар-лидер, дать новому товару место среди его конкурентов и массы потребителей путем придания последнему незначительных отличий от старого или товара-лидера.

Обратимся к модели сетевой конкуренции М.Л. Каца и К. Шапиро. Эта модель имеет непосредственное отношение к исследованию кластерных структур, поскольку обращается к анализу совокупности фирм, производящих однородные (совместимые) товары.

Создавая свою модель сетевой конкуренции авторы исходят из существования внешних эффектов потребления. Например, полезность товара для потребителя растет в зависимости от числа его потребителей, как это происходит в ситуации с телекоммуникациями. В целом внешние эффекты потребления включают физическое влияние числа покупателей на качество товара, косвенное воздействие потребителей друг на друга, положительные внешние эффекты потребления в зависимости от масштабов для товаров длительного пользования.

На основе внешних эффектов потребления возникает сеть потребителей однородного товара, и далее. Вслед за сетью потребителей возникает сеть производителей однородного товара – кластер.

Модель сетевой конкуренции на рынке однородного товара состоит из трех частей: формальной модели сетевой конкуренции потребителей, формальной модели сетевой конкуренции производителей и формальной модели роста благосостояния в результате присоединения к коалиции производителей однородного товара других производителей.

Формальная модель сетевой конкуренции потребителей имеет вид

$$S(z) = r + v(y_i^e) - p_i \rightarrow \max, \text{ где}$$

$S(z)$ – потребительский излишек от покупки однородного товара.

r – готовность потребителя оплачивать начальную цену товара;
 $v(y_i^e)$ – цена товара с учетом внешних эффектов потребления.
 p_i – цена запрашиваемая рынком при входе в рынок.

На рынке однородных товаров в его равновесном состоянии будет соблюдаться равенство

$$p_i - v(y_i^e) = p_j - v(y_j^e) \quad (2)$$

Уравнение (2) говорит, что если разные фирм i и j имеют положительный уровень продаж, то потребительские ожидания начальной цены товара должны быть равны.

Фирмы производители кластерного товара продают его по цене

$$p_i = A + v(y_i^e) - z, \text{ где}$$

p_i – рыночная цена однородного товара i ;
 A – оценка эффекта от объема продаж для действующих фирм в цене;
 $v(y_i^e)$ – цена товара с учетом внешних эффектов потребления;
 z – часть цены, относящаяся к необходимому уровню затрат, чтобы войти в рынок.

Прибыль фирмы, участвующей в сетевой конкуренции будет равна

$$\pi_i = x_i(A - v(z^e)), \text{ где}$$

π_i – прибыль i -той фирмы-участницы сетевой конкуренции (кластера);
 x_i – количество товара i -той фирмы;
 $v(z^e)$ – оценка внешнего эффекта при производстве однородного товара в количестве z .

Равновесное количество однородного товара в сетевой конкуренции будет определять как равновесие по Курно

$$x_i^* = \frac{A + nv(y_i^e) - \sum_{j=1}^n v y_j^e}{n+1} \text{ для } i = 1, 2, \dots, n.$$

Равновесное количество равновесного товара будет в тех пределах, в которых цена однородного товара будет обеспечивать потребительский излишек.

Потребительский излишек определяется по формуле

$$S(z) = \int_{A-z}^A (\rho + z - A) d\rho = \frac{z^2}{2}, \text{ где}$$

$S(z)$ – излишек потребителя однородных товаров;
 ρ – излишек, зависящий от базовых ожиданий потребителя;
 z – излишек от издержек входа в рынок однородных товаров;
 A – излишек от объема продаж однородного товара.

Модель сетевой конкуренции М. Каца и К. Шапиро имеет непосредственное отношение к кластерам и поэтому выводы из этой модели присущи и кластерам.

Сетевая конкуренция (кластеры) существуют в следующих формах:

- полная несовместимость товаров для потребителя;
- сетевая конкуренция, в которой фирмы не имеют стимулов производить положительный выпуск;
- естественная монополия (множество фирм действуют как одна фирма);
- ассиметричная дуополия (фирмы выпускают несовместимую продукцию);
- сетевая конкуренция с частичной совместимостью однородных товаров;

Сетевая конкуренция обуславливает повышение уровня производства и потребления по сравнению с уровнем задаваемым при отсутствии сетевой конкуренции.

Там, где сетевые внешние эффекты велики, участие в кластере является одним из важнейших аспектов прибыльности фирмы.

Для совместимости однородной продукции существуют два способа обеспечения: принятие продуктового стандарта и организация механизма сопряжения товаров (совместимость достигается одной фирмой в одностороннем порядке).

Стимулом для вступления фирмы в кластер могут быть взаимные выплаты фирм.

Когда разделение издержек среди фирм кластера недостижимо, более предпочтительная для повышения эффективности участия в кластере частная стандартизация.

Если рост совместимости товаров не ведет ко всеотраслевой несовместимости, то частные стимулы, побуждающие к стандартизации однородной продукции, могут быть чрезмерными.

Частные стимулы к созданию кластера слабы, если существует полная несовместимость однородных товаров.

Если доля фирмы невелика, то частное внедрение стандартов увеличивает общественное благосостояние и, одновременно, порождает издержки блокирования.

Переход к совместимости однородных товаров увеличивает величину излишка потребителей и одновременно снижает стимулы к совместимости со стороны производителей.

Величина излишка потребителей есть возрастающая функция объема общего выпуска однородного товара.

Кластерная политика в областях, где внешние эффекты потребления велики, может играть важную роль в регулировании экономики [См.: 4].

С.В. Лобова, Е.В. Понькина, А.В. Боговец, считают, что кластеры описываются с помощью адноагентных и многоагентных моделей.

Одноагентная модель кластера имеет вид

$$Z=F(x) \rightarrow \text{extr}(x \in X),$$

при условии $X=\{x \in R_+^N; g_k(x) \geq 0 \quad k=1 \dots K\}$, где

Z – цель кластера;

$F(x)$ – одна или несколько целевых функций;

X – множество допустимых (приемлемых) решений;

$g_k(x) \geq 0$ – функции, описывающие правила принятия решений.

Равновесное состояние кластера описывается вектором $x^* \in X$, при этом

$$F(x^*) > F(x), \forall x \in X.$$

Решением адноагентной кластерной задачи является целевая функция $F(x^*)$, достигающая экстремального значения.

Недостатком адноагентной модели кластера является недостаточность информации о внутренней согласованности действий участников кластера В адноагентной модели кластера не учитываются собственные интересы участников кластера, имеющих в основании автономность и независимость в принятии решений; нивелируются переменные согласования решений участников кластера.

В многоагентной модели кластера С.В. Лобовой, Е.В. Понькиной, А.В. Боговец участники стремятся к максимальному удовлетворению своих интересов. Связи между участниками кластера могут быть представлены как игра I лиц.

Уравнение игры участников кластера имеет вид:

$$\Gamma = \langle (x_1 \dots \dots \dots x_I), F_1(x) \dots \dots F_I(x) \rangle.$$

При этом каждый участник имеет свою целевую функцию

$$z_i = F_i(x) \rightarrow \text{extr} \quad x_i \in X, i=1 \dots I$$

Соответствующее уравнение равновесного состояния кластера имеет вид:

$$\begin{aligned} x^* &\in \prod_{i=1}^I X_i \\ F_i(x^*) &> F_i(x_i, x_{-i}^*) \\ \forall x_i &\in X_i, i=1 \dots I \end{aligned}$$

Равновесное решение в многоагентной модели кластера зависит от правил игры (например последовательности принятия решений, различий в приоритетах при достижении цели, присутствии и позиции лидера, возможности реагирования на угрозы, вероятности сговора) [5].

Т.Ф. Шарипов и С.А. Терехов предлагают в качестве экономико-математической модели кластера следующую систему уравнений:

$$F_{об} = \sum_{k=1}^s a_k \frac{F_k}{F_k^{Nor}} \rightarrow \max, \text{ где}$$

$F_{об}$ – обобщенная целевая функция кластера;

F_k^{Nor} – нормирующее значение k -ой целевой функции;

F_k – k -я целевая функция;

s – число целевых функций

a_k – коэффициент веса k -ой целевой функции.

Т.Ф. Шарипов и С.А. Терехова предлагают в качестве критериев кластеризации деятельности предприятий максимум прибыли от реализации продукции, минимум затрат на ее производство и показатели обобщенной целевой функции кластера.

Обобщенная функция кластера имеет вид:

$$Z = a_1 x_1 + a_2 x_2, \text{ где}$$

Z – значение обобщенной целевой функции кластера;

a_1, a_2 – некоторые коэффициенты;

x_1 – максимум прибыли от реализации продукции;

x_2 – минимум затрат на производство продукции.

Модель Т.Ф. Шарипова и С.А. Тереховой показывает, что в ходе максимизации совокупной прибыли всех участников кластера происходит перераспределение совокупной прибыли кластера и выполняемых работ. [5]

А.Б. Дроздов и Н.В. Дроздова предлагают использовать для математического описания кластера искусственные нейронные сети (ИНС). ИНС преобразует векторы первичных данных в оптимальный вектор управленческих решений. Важнейшим свойством ИНС является их способность самообучаться. ИНС является механизмом приближения произвольной функции, которая составляется на основе полученных (наблюдаемых) данных, к оптимальным значениям целевой функции кластера. Однако использование сетей не является легким и простым. Слишком сложные модели имеют тенденцию давать сбой при обучении. Набор и настройка алгоритма обучения на специфическом наборе данных требует проведения экспериментов и поэтому больших затрат. Противоречия алгоритмов обучения и целевой функции кластера снижают надежность искусственных нейронных сетей.

Также А.Б. Дроздов и Н.В. Дроздова предложили модель оценки взаимосвязей предприятий кластера по типу модели «Затраты-Выпуск».

Фирмы кластера взаимодействуют между собой, обращаясь друг к другу и передавая друг другу знания, ресурсы, технологии. Оценка взаимодействия компаний кластера может быть формализована с помощью таблицы «Затраты» выпуск»

Таблица

Принципиальная модель оценки взаимодействия компаний кластера

Фирмы	Потребление			
Производство	A_1	A_2	A_n
	A_2	a_{11}	a_{12}
	»»
	A_n	a_{n1}	a_{n2}
				a_{nn}

где $A_1; A_2; A_n$ – предприятия; a_{nn} – доля производства (потребления) предприятия A_n в общем производстве (потреблении) кластера.

Если $C_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}}{a_{ij}}$, то C_i показывает степень взаимосвязи предприятий кластера с кластером в целом.

С помощью полученных значений коэффициента C предприятие выбирает направление взаимодействия с другими предприятиями кластера, которое в наибольшей степени будет способствовать использованию его конкурентных преимуществ.

Таблицы «Затраты-Выпуск» могут быть составлены по денежным потокам, потокам трудовых ресурсов, информационным потокам, потокам готовой продукции и полуфабрикатов между предприятиями кластера [3].

Лукач А. предлагает в качестве экономико-математической модели кластера следующее уравнение:

$$C = I + Y, \text{ где}$$

C – общая масса денежных ресурсов участников кластера;

I – масса денежных ресурсов прибыльно-ориентированных участников кластера (предприятия коммерческого сектора);

Y – масса денежных ресурсов неприбыльных организаций кластера (университеты, консультационные фирмы и др.)

Целевая функция кластера имеет вид:

$$M_{\min}(I, Y) = m_I I + m_Y Y, \text{ где}$$

m_I, m_Y – некоторые коэффициенты.

Деньги, используемые фирмами кластера внутри кластера, направляются для достижения целей кластера и их количество должно стремиться к минимуму.

Общий доход кластера описывается формулой

$$M(I, Y) = t_1 I + t_y Y + s_y + g \bar{M} \times P_r(j_g, i_g), \text{ где}$$

$M(I, Y)$ – целевая функция кластера относительно массы денег, используемой во внутреннем обороте коммерческих и некоммерческих фирм кластера;

$t_1 I$, $t_y Y$, s_y, g – эмпирически определяемые коэффициенты;

\bar{M} – среднее количество денег, необходимое для трансакций между коммерческим и некоммерческим секторами кластера;

$P_r(j_g, i_g) [0, 1]$ – вероятность, с которой может изменять денежный доход кластера.

Линия $P_r(j_g, i_g)$ может иметь вид двумерного квадратичного уравнения. Одна из возможных квадратичных функций, адекватных рассматриваемому случаю, имеет вид:

$$P_r(x, y) = \frac{1}{(x - ky_0)^2 + k^2(y - y_0)^2 + e^{(x - ky)^2}}.$$

Кластеры являются формой интеграции инвестиционных ресурсов. Сравнение эффективности инвестиций в каждом конкретном инвестиционном проекте с учетом кластерных эффектов и без их учета даст оценку сравнительной эффективности инвестиционных проектов с учетом участия в кластере и без такого учета.

Необходимые условия достижения равновесия кластера описываются следующими уравнениями:

$$g \times Y_s \leq Y$$

$$g \times i_g \leq I$$

$$k = \frac{Y - j_g}{I - i_g}.$$

Устойчивость кластера будет достигаться при условии

$$Y \times (m_j - t_j - s_j) + I(m_i - t_i) \bar{M} P_r(j_g, i_g) \quad [6].$$

Кластер положительно влияет на финансовую устойчивость участников благодаря совместному их выходу на региональный, международный и мировой рынки. В этом определении два фактора – положительное влияние кластера на финансовое состояние его участников и выход на региональный, национальный и мировой рынки.

Поэтом, на наш взгляд, можно предложить следующее уравнение модели кластера

$$Y = a + bx \rightarrow \text{extr, где}$$

Y – целевая функция кластера, проявляющаяся на уровне участника кластера, например, экономия на рабочей силы;

a, b – некоторые эмпирически определяемые коэффициенты;

x – доля кластера, занимаемая им на региональном (национальном, мировом) рынке.

$$x = \frac{OM}{\sum_{i=1}^n Q_i}, \text{ где}$$

OM – объем регионального (национального, мирового) рынка;

Q_i – объем продаж i -ой фирмы-участника кластера;

n – число фирм-участниц кластера.

Расчет коэффициентов внутриотраслевой торговли позволяет получить дополнительную информацию об уровне кластеризации развития региона и определить приоритетные направления развития международной (национальной, региональной) торговли применительно к торговым партнерам – участникам кластера.

Коэффициент Баласса позволяет оценить уровень внутриотраслевой специализации во внешней торговле по товарам.

$$K_{об} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta i - \Pi i|}{\sum_{i=1}^n (\Delta i + \Pi i)}, \text{ где}$$

$K_{об}$ – уровень внутриотраслевой специализации по внешней торговле по товарам;

Δi – экспорт товара i данной страной в другие страны;

Πi – импорт товара i в данную страну из других стран;

n – число товаров, принятых для расчета.

Расчет индекса Грубела-Ллойда позволяет оценить уровень развития внешней торговли по товарным группам. Оценка уровня развития внутриотраслевой торговли косвенным образом показывает уровень конкурентоспособности продукции, производимой в регионе.

$$K_{зл} = \frac{\sum (\Delta ij + \Pi ij) - \sum |\Delta ij - \Pi ij|}{\sum (\Delta ij + \Pi ij)}, \text{ где}$$

$K_{зл}$ – уровень развития внешней торговли по товарным группам;

$\Delta ij, \Pi ij$ – экспорт и импорт страны j группы продуктов i .

Для оценки структуры внешнеторговых операций в мировой практике используется индекс сравнительного преимущества (RCA), разработанный французским экономическим научно-исследовательским институтом и рассчитываемый как по экспортным, так и по импортным

товарам. Это практически тот же коэффициент локализации экспорта или импорта определенного вида товара. Расчёт этих показателей позволяет выявить сравнительные преимущества региона в экспорте или импорте товаров.

$$RCA^1 = \frac{\text{Эр}mj \cdot \text{Эс}}{\text{Эр} \cdot \text{Эс}mj}$$

RCA^1 – коэффициент локализации экспорта,

где $\text{Эр}mj$ – экспорт из региона j -го товара;

Эс – общий экспорт страны;

Эр – общий экспорт региона;

$\text{Эс}mj$ – экспорт из страны j -го товара.

$$RCA^2 = \frac{\text{Ир}mj \cdot \text{Ис}}{\text{Ир} \cdot \text{Ис}mj}$$

RCA^2 – коэффициент локализации импорта,

где $\text{Ир}mj$ – импорт из региона j -го товара;

Ис – общий импорт страны;

Ир – общий импорт региона;

$\text{Ис}mj$ – импорт из страны j -го товара.

Для расчета вклада каждой товарной позиции во внешнеторговый баланс региона возможно использование следующей формулы, оценивающей сравнительное преимущество региона в торговле каким-либо товаром, также распространенной на западе.

$$Tib = \frac{1000}{\text{ВРП}} \times \left[(\text{Э}i - \text{И}i) - (\text{Э} - \text{И}) \times \left(\frac{\text{Э}i + \text{И}i}{\text{Э} + \text{И}} \right) \right],$$

где Tib – валовой региональный продукт;

$\text{Э}i$ – объем экспорта товара i ;

$\text{И}i$ – объем импорта товара i ;

Э – общий экспорт региона;

И – общий импорт региона.

В результате расчетов формируется группа товаров, производство которых является приоритетным для региона.

Следующим этапом является выявление базовых предприятий, производящих товары, имеющие важное значение для региона.

После выявления базовых предприятий необходимо изучение предприятий-поставщиков и смежников, которые будут включены в кластер, цепи поставки комплектующих.

На основе проведенного анализа региональных возможностей, оценки структуры внешне-торгового оборота происходит формирование кластеров. Вследствие невозможности на первом этапе формирования организовать максимальную региональную поддержку всем кластерам, которые могут быть организованы в регионе, необходимо четко определить кластеры, формирование которых приоритетно и всячески способствовать их развитию, причем это могут быть как экспорто- так и импортоориентированные кластеры.

Экономико-математическое моделирование кластерных процессов позволяет совершенствовать методики исследования и оценки уровня кластеризации региона, проводить анализ существующих техник выявления кластеров, улучшить отбор показателей, характеризующих деятельность участников кластера, точнее прогнозировать и планировать их деятельность. Результаты исследования по выявлению отраслей, имеющих хороший потенциал для быстрого и успешного роста, способных стать основой кластерного развития, могут быть получены с помощью комплексной количественной и качественной оценки путем применения экономико-математических моделей кластера. Организованные попытки использования различных методов и инструментов, *позволяющих определить обоснованность использования кластерных инициатив*, будут способствовать максимальному повышению конкурентоспособности региона.

Список литературы

1. Авдашева С., Крюкова П., Шаститко А. Доминирование на рынке справочных правовых систем: опыт экономического анализа // Вопросы экономики. 2007. № 11. С. 104-119. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://www.sigma-econ.ru/files/2092/avdasheva11-07.pdf> (дата обращения 1.09.2015).
2. Гальперин В.М. Микроэкономика//В.М. Гальперин, С.М. Игнатов, В.И. Моргунов. – Санкт-Петербург, «Экономическая школа», Санкт-Петербургский государственный университет экономики и финансов, Высшая школа экономики, 1997. 669 с. Электронный ресурс. Режим доступа: ikhailivanov.org/microeconomics,ГальперинТом2/Galperin_12.7.PDF (дата обращения 01.09.2015).
3. Дроздов А.Б. О подходах к моделированию региональных экономических систем кластерного типа / А.Б. Дроздов, Дроздова Н.В. // Моделирование и анализ информационных систем. 2008. №1. Т. 15. С. 51-62.

4. Кац М.Л., Шапиро К. Сетевые внешние эффекты, конкуренция и совместимость. В кн.: Вехи экономической мысли. Теории отраслевых рынков. Т. 5 / Под общ. ред. А.Г. Слуцкого. – Санкт-Петербург. «Экономическая школа», 2003. 669 с.
5. Лобова С.В., Понькина Е.В., Боговец А.В. Проблемы математического моделирования экономических кластеров как системы взаимосвязанных целей участников // Вестник НГУ. Серия Социально-экономические науки. 2022. Т. 11. Вып. 4. С. 125-131. Электронный ресурс. Режим доступа: www.nsu.ru/rs/mw/link/Vedia/22876/12.pdf (дата обращения 01.09.2015).
6. Шарипов Т.Ф., Терехова С.А. Использование механизм планирования для создания машиностроительного кластера // Вестник Оренбургского государственного университета. 2011. № 13 (132)-С.528-536. Электронный ресурс. Режим доступа: vestnik.osu.ru/2011._13/87.pdf (дата обращения 01.09.2015).
7. Lukcs A. Economic-Mathematical Model For Examination of Clusters' Sustainability // Regional and Business Studies (2011.Vol. 3. Supp. 1. Pp. 177-187. Raposvr University. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://journal.ke.hu/rbs/index.php/rbs/issue/view/5q> (дата обращения 01.09.2015).

References

1. Avdasheva S., Kryukova P., Shastitko A. *Dominirovanie na rynke spravochnyh pravovyh sistem: opyt ekonomicheskogo analiza* [Dominancing on the market for legal reference system: the experience of the economic analysis] // Voprosy ekonomiki. 2007. № 11. Pp. 104-119. <http://www.sigma-econ.ru/files/2092/avdasheva11-07.pdf> (accessed September 1, 2015).
2. Galperin V.M. *Mikroekonomika* [Microeconomics] // V.M. Galperin, S.M. Ignatov, V.I. Morgunov. – Sankt-Peterburg, «Ekonomicheskaya shkola», Sankt-Peterburgskiy gosudarstvenniy universitet ekonomiki i finansov, Vysshaya shkola ekonomiki, 1997. 669 p. URL: ikhailivanov.org/microeconomics/GalperinTom2/Galperin_12.7.PDF (accessed September 1, 2015).
3. Drozdov A.B. *O podhodah k modelirovaniyu regionalnykh ekonomicheskikh sistem klaster-nogo tipa* [On the approaches to the modeling of regional economic systems of cluster type] / A.B. Drozdov, Drozdova N.V. // Modelirovanie i analiz informatsionnykh sistem. 2008. №1. Vol. 15. Pp. 51-62. URL: mais.uniyar.ac.ru/sites/default/files/journal/private/15_1_51-62.pdf (accessed September 1, 2015).
4. Kats M.L., Shapiro K. *Setevyye vneshnie efekty, konkurentsiya i sovmestimost* [Network externalities, competition and interoperability]. V kn.: Vехи экономической мысли. Теории отраслевых рынков. Т. 5 / Под общ. ред. А.Г. Слуцкого. – Санкт-Петербург. «Экономическая школа», 2003. 669 с.

ryinkov. Vol. 5 / Pod obsch. red. A.G. Slutskogo. – Sankt-Peterburg. «Ekonomicheskaya shkola» 2003. 669 p.

5. Lobova S.V., Ponkina E.V., Bogovets A.V. *Problemy matematicheskogo modelirovaniya ekonomicheskikh klasterov kak sistemy vzaimosvyazannykh tseley uchastnikov* [Problems of mathematical modeling of economic clusters as systems of interrelated goals of participants] // Vestnik NGU. Seriya Sotsialno-ekonomicheskie nauki. 2022. Vol. 11. Iss. 4. Pp. 125-131. www.nsu.ru/rs/mw/link/Vedia/22876/12.pdf. (accessed September 1, 2015).
6. Sharipov T.F., Terehova S.A. *Ispolzovanie mehanizm planirovaniya dlya sozdaniya mashinostroitel'nogo klastera* [Using the planning framework for the creation of machine-building cluster] // Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta. 2011. № 13 (132). Pp. 528-536. URL: vestnik.osu.ru/2011._13/87.pdf (accessed September 1, 2015).
7. Lukcs A. Economic-Mathematical Model For Examination of Clusters' Sustainability // Regional and Business Studies, 2011. Vol. 3. Supp. 1. Pp. 177-187. Raposvr University. <http://journal.ke.hu/rbs/index.php/rbs/issue/view/5q> (accessed September 1, 2015).

ДАННЫЕ ОБ АВТОРЕ

Найденев Николай Дмитриевич, профессор, доктор экономических наук

Сыктывкарский государственный университет

Октябрьский просп., 55, г. Сыктывкар, Республика Коми, 167001, Российская Федерация

e-mail: ND.Naidenov@mail.ru

Спирягин Василий Игоревич, кандидат экономических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник

Институт социально-экономических и энергетических проблем Севера Коми научного центра Уральского отделения Российской академии наук

ул. Коммунистическая, д. 26, г. Сыктывкар, Республика Коми, 167982, Российская Федерация

e-mail: spiryagin_v@rambler.ru

Новокшонова Елена Николаевна, старший преподаватель

Сыктывкарский государственный университет

Октябрьский просп., 55, г. Сыктывкар, Республика Коми, 167001, Российская Федерация

e-mail: eini@mail.ru

DATA ABOUT THE AUTHORS

Naydenov Nikolay Dmitriyevich, Professor, Doctor of Economics

Syktvykar State University

Oktyabr'skiy prosp., 55, Syktvykar, Komi Republic, 167001, Russian Federation

e-mail: ND.Naidenov@mail.ru

Spiryagin Vasily Igorevich., Ph.D., Senior Research Fellow, Leading Researcher

Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Komi Scientific Center, Institute of Socio-Economic and Energy Problems of the North

ul. Kommunisticheskaya, 26, Syktvykar, Komi Republic, 167982, Russian Federation

e-mail: spiryagin_v@rambler.ru

Novokshonova Elena Nikolayevna, senior teacher

Syktvykar State University

Oktyabr'skiy prosp., 55, Syktvykar, Komi Republic, 167001, Russian Federation

e-mail: eini@mail.ru